Question 1 (5 Points)

1.1 **Déterminez la densité de l'air à la température ambiante (1,269 kg/m^3):**

a. 1,269 kg/m^3
b. 1,000
c. 1,269
d. 0,0013
e. Aucune de ces valeurs n'est exacte.

1.2 **Une pression relative de 300 kN/m^2 convertie en mètre colonne d'eau donne**:

a. 30.58 m
b. 0.03 m
c. 30 m
d. 300 m
e. Aucune de ces valeurs n'est exacte.

1.3 **La viscosité cinématique de l'eau à 70°F est 1.059x10^{-5}ft^2/s. L'équivalent de cette viscosité dans le système internationale est**:

a. 9.84 x 10^{-7}
b. 9.84 x 10^{7}
c. 1.059 x 10^{-3}
d. 9.84 x 10^{-5}
e. Aucune réponse n'est valide.

1.4 **Qu'observe-ton si on déplace un corps partiellement immergé de sa position d'équilibre? Considérez tout les cas possibles**.

a. Il revient automatiquement dans sa position d'équilibre
b. Il revient à sa position d'équilibre seulement s'il est stable
c. Il revient à sa position d'équilibre seulement s'il est instable
d. Sa position d'équilibre dépend de sa hauteur
e. Aucune de ces réponses n'est exacte.

1.5 Choisir la (les) proposition(s) exacte(s) parmi les suivantes:

a. La tension de surface est indépendante de la température
b. La tension de surface croit avec une élévation de la température
c. La tension de surface décroit avec une élévation de la température
d. La tension de surface est une force de pression agissant sur l'interface du fluide
e. La tension de surface n'est décrite par aucune de ces affirmations.

1.6 **Un cylindre à moitié vide et en rotation constante autour de son axe est transporté par un véhicule qui se déplace horizontalement vers la gauche avec une accélération constante. La forme de la surface libre de l'eau dans le cylindre au cours du mouvement sera**:

a. Plane et horizontale
b. Plane et inclinée vers la droite
c. Plane et inclinée vers la gauche
d. Curviligne et inclinée vers la droite
e. Curviligne et inclinée vers la gauche.

1.7 **A quel moment utilise-t-on le manomètre à tube incliné?**

a. Il peut être utilisé à tout moment
b. Lorsque le fluide à mesurer a une très faible densité
c. Chaque fois lorsqu'on mesure la pression différentielle
d. Lorsque les changements de pression mesurés sont faibles
e. Aucune de ces réponses n'est exacte.

1.8 **La relation $p = \gamma h$ n'est valide que pour les fluides qui sont**:

a. Compressibles et au repos
b. Incompressibles et au repos
c. Parfaits
d. Incompressibles et en mouvement
e. Aucune de ces réponses n'est exacte.

1.9 Quel est l'appareil le plus approprié pour mesurer une pression qui varie rapidement?

a. Le manomètre à tube incliné
b. Tube de Bourdon
c. Manomètre électromagnétique
d. Tube manométrique
e. Toutes ces réponses sont exactes.

1.10 **Un changement de vitesse du fluide qui entraîne un changement dans l'élévation de la ligne piézométrique est dû à**:

a. Un changement de force exercée sur le fluide
b. Un changement de pression
c. Un changement dans le tuyau de diamètre
d. Un changement de la viscosité due à la variation de la température
e. Aucune de ces réponses n'est exacte.

Question 2 (5 Points)

Ouvert à l'atmosphère, un réservoir cylindrique (Figure 1) de 2 m de diamètre et 2 m de hauteur est rempli d'eau au deux tiers de sa capacité. Si le réservoir entre en rotation autour de son axe, on demande de:

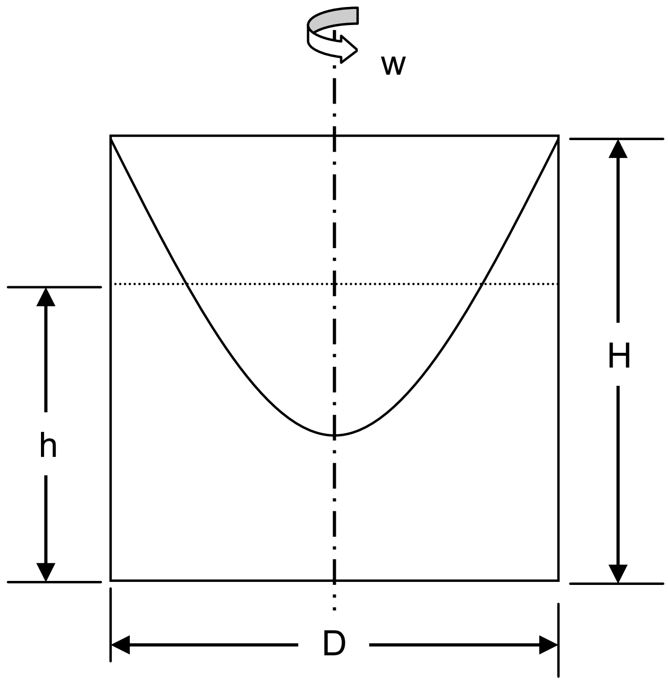


Figure 1: Cylindre de diamètre D= 2 m et de hauteur H=2 m en rotation autour de son axe

2.1 Déterminer la vitesse de rotation maximale pour éviter une perte d'eau (**0,5 Point**);

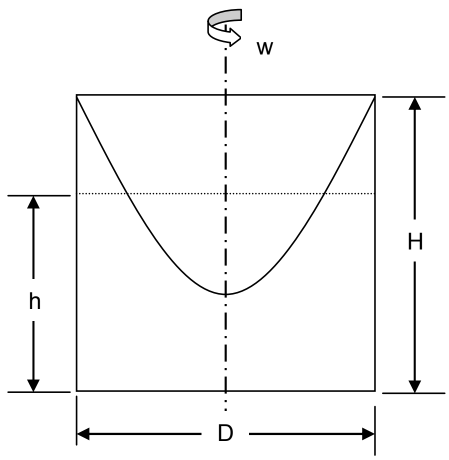
2.2 Calculer la vitesse maximale permettant d'obtenir une pression nulle au milieu du réservoir. Pour cette vitesse, calculer le volume d'eau perdu (**3 Points**);

2.3 Déterminer la pression maximale dans le réservoir si ce dernier était fermé sur ses bords et ouvert à l'atmosphère au centre? (**1,5 Point**)

NB: Le volume d'un paraboloïde de révolution est identique à la moitié du volume de son cylindre circonscrit.

SOLUTION

2.1 vitesse de rotation maximale pour laquelle aucune perte d'eau n'est observée.



La hauteur d'eau dans le réservoir est $h = \frac{2}{3}H = \frac{2}{3}2 = 1.333m$

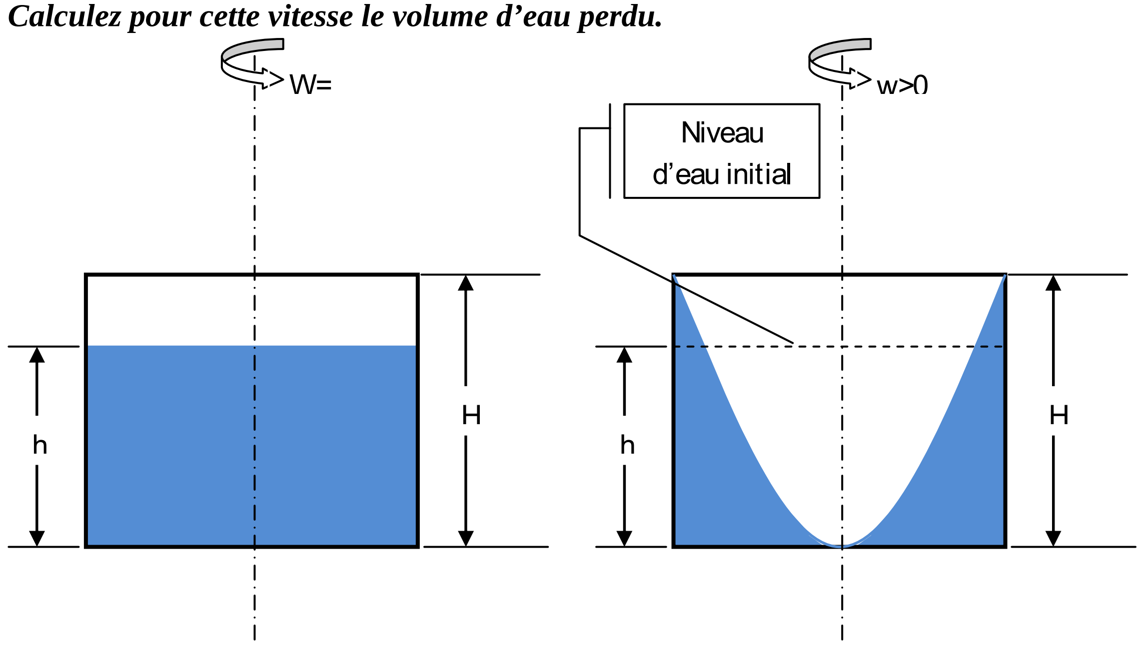
En rotation uniforme, la dénivelée verticale de la surface libre est :

$$\Delta h = \frac{w^2 r^2}{2g} \qquad (1)$$

Si aucune perte n'est observée, $\Delta h = 2(H-h)$. En effet, **le volume du paraboloïde de révolution encadrant la surface libre est égal à la moitié du volume de son cylindre circonscrit. Par la suite**:

$$\Delta h = \frac{w^2 r^2}{2g} = 2(H-h) \Rightarrow w = \sqrt{\frac{4g(H-h)}{r^2}} = \sqrt{\frac{4\times 9.81\times(2/3)}{1}} = 5.11\,rad/s \qquad (2)$$

2.2 vitesse maximale permettant d'obtenir une pression nulle au centre du fond du réservoir. Calculez pour cette vitesse le volume d'eau perdu.



Pour cette vitesse angulaire, $\Delta h = 2m$; la vitesse de rotation au centre s'écrit :

$$w = \sqrt{\frac{4g\Delta h}{r^2}} = \sqrt{\frac{4\times 9.81\times 2}{1^2}} = 8.86\, rad/s \tag{3}$$

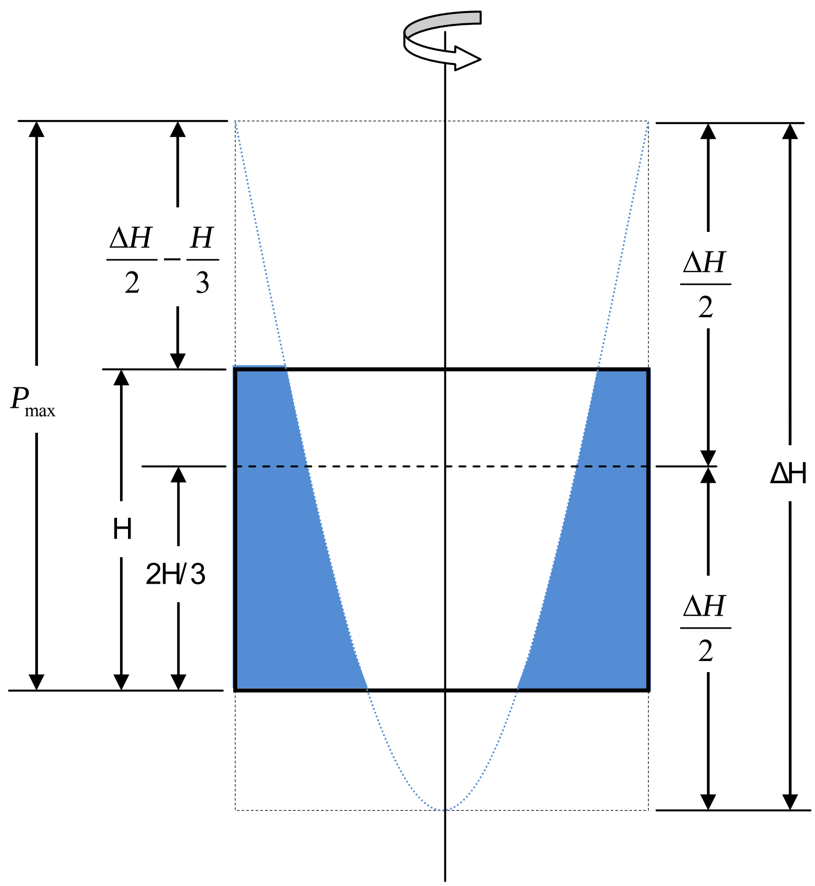
Pour cette vitesse, le volume d'eau restant dans le réservoir est :

$$V_r = \frac{\pi D^2}{4}\frac{H}{2} = \pi\times 2^2\times\frac{2}{2\times 4} = \pi = 3.14m^3 \tag{4}$$

Le volume perdu est alors :

$$V_{perdu} = \frac{\pi D^2}{4}h - \frac{\pi D^2}{4}\frac{H}{2} = \frac{\pi D^2}{4}\left(h - \frac{H}{2}\right) = \pi\frac{2^2}{4}\left(\frac{2}{3}\times 2 - \frac{2}{2}\right) = 1.05m^3 \tag{5}$$

2.3 pression maximale dans le réservoir si ce dernier était fermé sur ses bords et ouvert à l'atmosphère au centre?



Si le réservoir était fermé sur les bords, la pression maximale s'observerait sur les bords du réservoir comme illustré dans la figure ci-dessus. Afin de calculer sa valeur relative, il importe de calculer d'abord le dénivelé total le long d'une ligne d'égale pression constituant la surface libre du fluide :

Pour une vitesse angulaire de $w = 8.86\, rad/s$ on a un dénivelé total égal à :

$$\Delta h = \frac{w^2 r^2}{2g} = \frac{(8.86)^2 (1)^2}{2 \times 9.81} \cong 4m \qquad (6)$$

Cette dénivelée est également répartie autour de la position de la surface libre initiale comme illustré dans le schéma ci-dessus. On en déduit donc la pression maximale dans le réservoir comme suit :

$$P_{\max} = \gamma\left(\frac{\Delta H}{2} + \frac{2H}{3}\right) = 1000 \times 9.81 \times \left(\frac{4}{2} + \frac{2 \times 2}{3}\right) = 32700 Pa \qquad (7)$$

Question 3 (4 Points)

Un bassin est fermé par une soupape circulaire, au fond, reliée à un piston de forme cylindrique qui est vide, tel que montré à la Figure 2 ci-dessous. La soupape et le piston pèsent 1,0 kg. Le diamètre de la soupape est de 0,10 m.

3.1 Trouver le diamètre D du cylindre nécessaire pour que la soupape ouvre lorsque la profondeur d'eau atteint 1,0 m (**2 Points**);

3.2 Avec le diamètre trouvé à la section précédente, calculer la hauteur du mercure à placer dans le piston (dont le fond est à 0,4 m du radier du bassin) pour que l'ouverture se fasse lorsque la profondeur d'eau atteint 1,20 m. (**2 Points**).

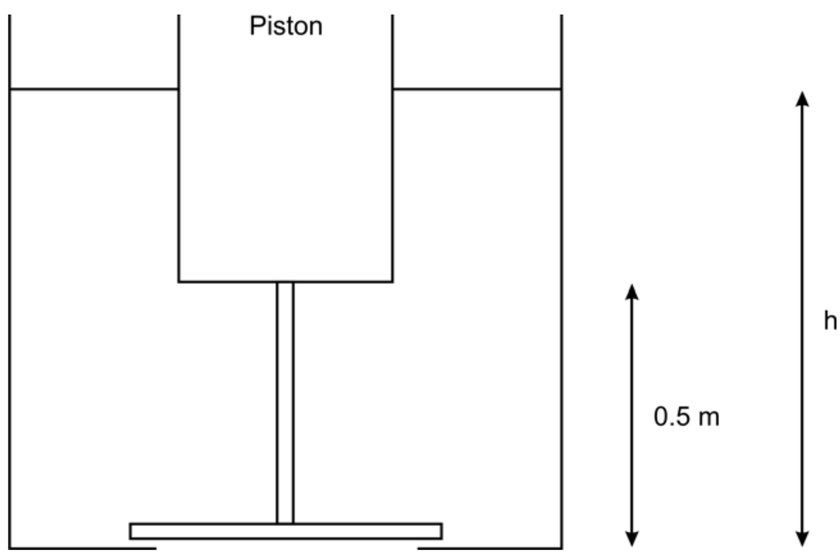
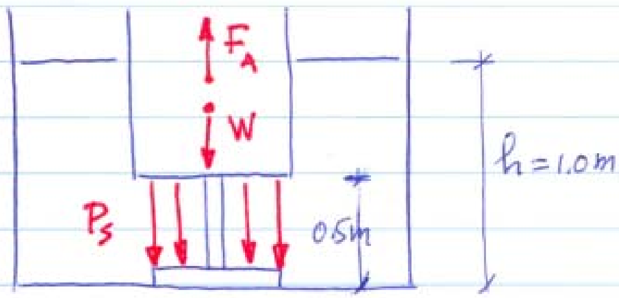


Figure 2: Bassin fermé par une soupape circulaire.



3.1

$$F_A = W + P_S$$

$$W = 9.8N$$

$$P_S = \frac{\pi (0.1)^2}{4} \times 0.5 \times 9.81 \times 1000 = 38.52\,N$$

$$F_A = \forall \gamma = \frac{\pi D^2}{4} \times 0.5 \times 9.81 \times 1000 = 3852.4\,D^2$$

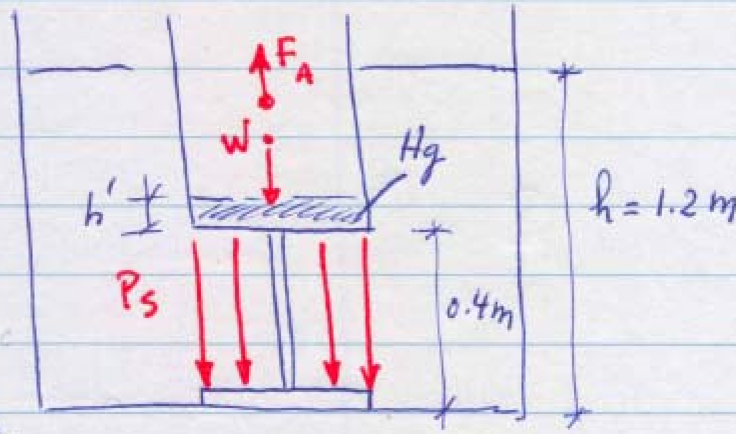
$$F_A > W + P_S$$

$$3852.4\,D^2 > 9.8 + 38.52$$

$$D > \sqrt{\frac{9.8 + 38.52}{3852.4}} = 0.112\,m$$

$D > 112$ mm

3.2



$$F_A = \frac{\pi D^2}{4} \times 0.8 \times 9.81 \times 1000$$

$$= \frac{\pi \times (0.112)^2}{4} \times 0.8 \times 9.81 \times 1000 = 77{,}32 \text{ N}$$

$$P_S = \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} \times 0.4 \times 9.81 \times 1000 = 30.82 \text{ N}$$

$$W = 9.8 + \frac{\pi \times (0.112)^2}{4} \times h' \times 13.57 \times 9.81 \times 1000$$

$$= 9.8 + 1311.52\, h'$$

$$F_A > W + P_S$$

$$77.32 > 9.8 + 1311.52\, h' + 30.82$$

$$h' < \frac{77.32 - 9.8 - 30.82}{1311.52} = 0.028 \text{ m}$$

$$h' < 28 \text{ mm}$$

Question 4 (2 Points)

Un manomètre à mercure est utilisé pour mesurer la différence de pression entre deux pipelines montrés à la Figure 3. Une huile de densité spécifique 0,85 s'écoule dans la conduite A et une huile SAE 30 (DS = 0,91) dans la conduite B, alors qu'une poche d'air est emprisonnée dans l'huile SAE, telle qu'indiquée à la Figure 3.

Sachant que la densité du mercure utilisé est de 13,57, on demande de déterminer la pression dans la conduite B si la pression dans la conduite A est évaluée à 105.5 kPa. (**2 Points**)

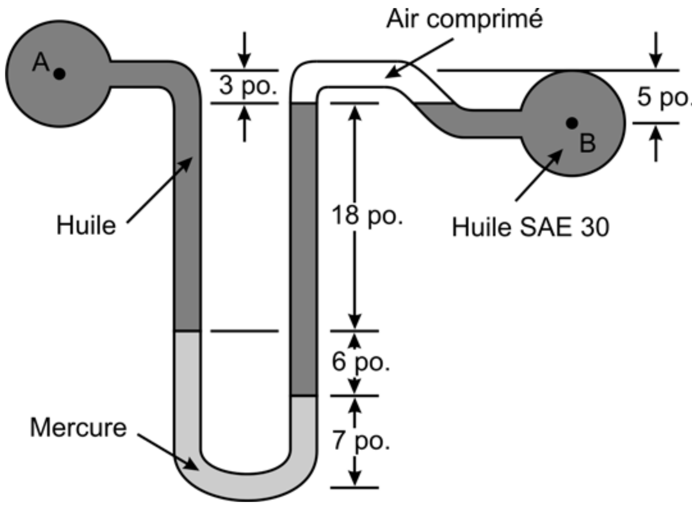


Figure 3: Manomètre à mercure utilisé pour mesure la pression différentielle entre A et B.

Solution Q 4

$$p_A + \gamma_{huile}\left(\frac{3+18}{12}\right)(0.3048) + \gamma_{Hg}\left(\frac{6}{12}\right)(0,3048) - \gamma_{SAE30}\left(\frac{6+18}{12}\right)(0.3048) + \gamma_{SAE30}\left(\frac{2}{12}\right)(0.3048) = p_B$$

$$p_B = 105,5\times10^3 + 0,85\times9,81\times10^3\left(\frac{21}{12}\right)(0.3048) + 13.57\times9,81\times10^3(6/12)(0,3048) - 0.91\times9,81\times10^3(24/12)(0,3048) + 0.91\times9,81\times10^3(2/12)(0.3048)$$

$$= 9,81\times0.3048\times10^3\left[\frac{105.5}{9.81\times0.3048} + 0,85\left(\frac{21}{12}\right) + 13.57\left(\frac{6}{12}\right) - 0,91\left(\frac{24}{12}\right) + 0,91\left(\frac{2}{12}\right)\right]$$

$p_B = 125,2$ kPa

Question 5 (4 Points)

Déterminer l'angle Θ du tube incliné montré à la Figure 4 si la pression au point A est 6 kPa plus grande que celle au point B.

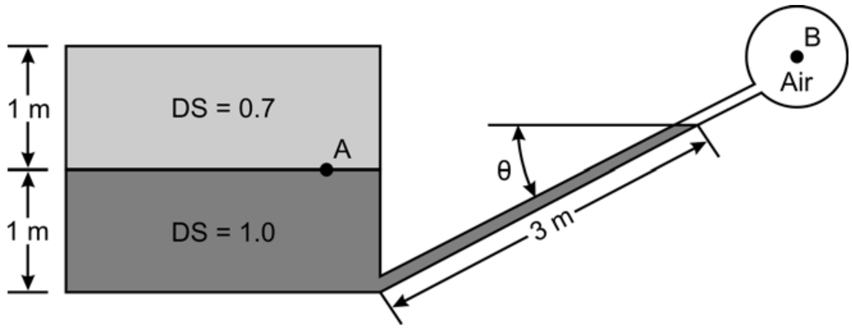


Figure 4

Solution Q 5

$$p_A + (1.0)(9{,}81 \times 10^3) - (1.0)(9{,}81 \times 10^3)(3)\sin\theta = p_B$$

Donc

$$p_A - p_B = (1.0)(9{,}81 \times 10^3)(3\sin\theta - 1)$$

Or $p_A - p_B = 6 \text{ kPa}$

$$\Rightarrow 3\sin\theta - 1 = \frac{6 \times 10^3}{(1.0)(9{,}81 \times 10^3)}$$

$$\sin\theta = 0{,}537 \Rightarrow \theta = 32.5°$$