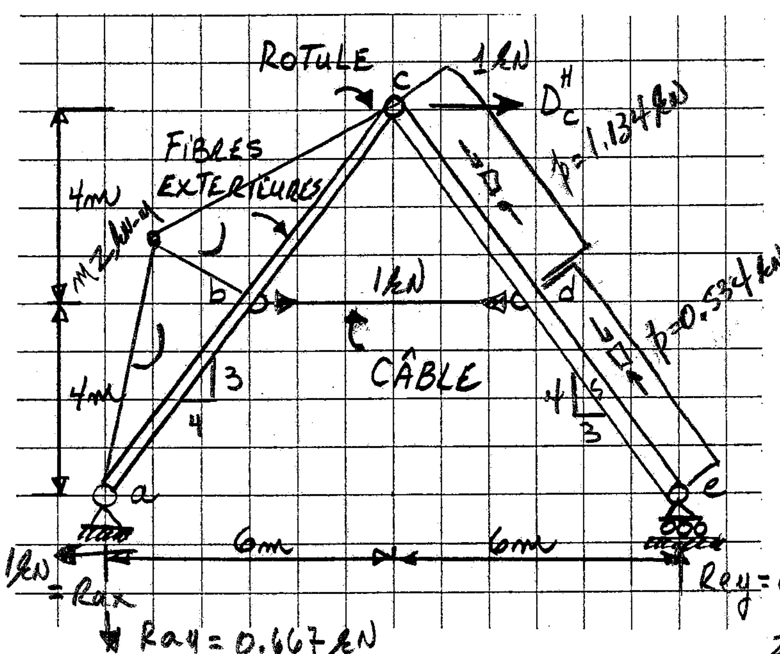
QUESTION # 1 (6 points)

Une structure est formée de deux poteaux inclinés retenus par un câble. Calculez le déplacement horizontal au point c (D_c^H) induit par chacune des causes suivantes considérées séparément:

(a) un tassement d'appui vertical de 0.06m du support au point a;
(b) un allongement total de la membrure bd de 0.03m;
(c) une réduction uniforme de température dans la membrure cde causant une déformation uniforme de 0.004m/m;
(d) Une augmentation de température uniforme dans les fibres extérieures et une réduction uniforme de température dans les fibres intérieures de la membrure abc causant un changement de courbure uniforme de 0.008 rd/m

Indiquez vos réponse en m et la direction à l'aide d'un vecteur (⟵ ou ⟶)



Réponses :
(a) = 0.04 m ←
(b) = 0.03 m →
(c) = 0.0333 m →
(d) = 0.08 m ←

1. CALCUL DES RÉACTIONS

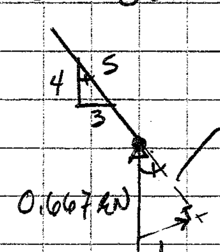
- 1 kN → direction D_c^H
- $\Sigma M_a = 0 \quad -1 \times 8 + Rey \times 12 = 0$
- $Rey = \frac{8}{12} = 0.667$ kN ↑
- $\Sigma \vec{F}_x = 0 \quad Rax = 1$ kN ←
- DCL cde $\quad \Sigma M_c = 0 \quad$ CÂBLE

$+0.667 \times 6 - F_{db}(4) = 0$

$F_{db} = \frac{0.667 \times 6}{4} = 1{,}0$ kN

2- EFFORTS INTERNES

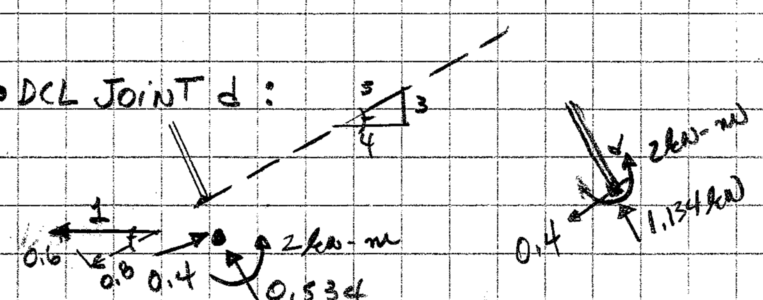
- M_b = DCL ab $\quad M_B \quad \Sigma M_B = 0 \quad M_B + 0.667(3) - 1(4) = 0 \quad M_B = +2$
- EFFORT axial cde
- DCL JOINT e



$0.667\left(\frac{4}{5}\right) = 0.534$

$0{,}667\left(3/5\right) = 0.4$

- DCL JOINT d :



Check $M_c = 0$

$0.4 \times 5 = 2$ Ok.

(a) $VW_I = 0 \quad VW_E = 0 \quad \downarrow D_a^V \times Ray \downarrow + 1kN \cdot D_c^H = 0$

$$(0.06)(0.667) + 1 \cdot D_c^H = 0$$

$$D_c^H = -0.04m \qquad 0.04m \leftarrow$$

(b) $VWE = VWI$

$$1 \cdot D_c^H = p\left(\cancel{\frac{PL}{AE}}\right) \rightarrow \delta = 0.03m$$ (allongement => Traction = +)

$$1 \cdot D_c^H = \underset{\uparrow \text{ câble}}{(1kN)}\ (0.03) \qquad D_c^H = 0.03m \rightarrow$$

(c) $VWE = VWI$

$$1 \cdot D_c^H = (p_{cd}) \cdot (\delta_{cd}) + (p_{de}) \cdot (\delta_{de})$$

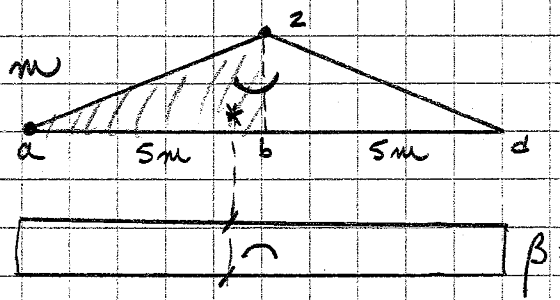
$$= \underbrace{\underbrace{1.134}_{p}\ \overset{\varepsilon}{(.004)}\ \overset{L}{(5)}}_{0.0227} + 0.\underbrace{534}_{p}\ \overset{\varepsilon}{(0.004)}\ \overset{L}{(5)}$$

↑ déformation/m ↑ Longueur

$$0.0227 + 0.01068 = 0.0333$$

$$D_c^H = 0.0333m \rightarrow$$

(d) $VWE = VWI = \Sigma\, m \left(\cancel{\frac{M}{EI}}\right) \rightarrow \beta$ = Courbure



$\beta = 0.008\,rd/m$

$$1 \cdot D_c^H = -2\left[\frac{2 \times 5}{2}(.008)\right]$$

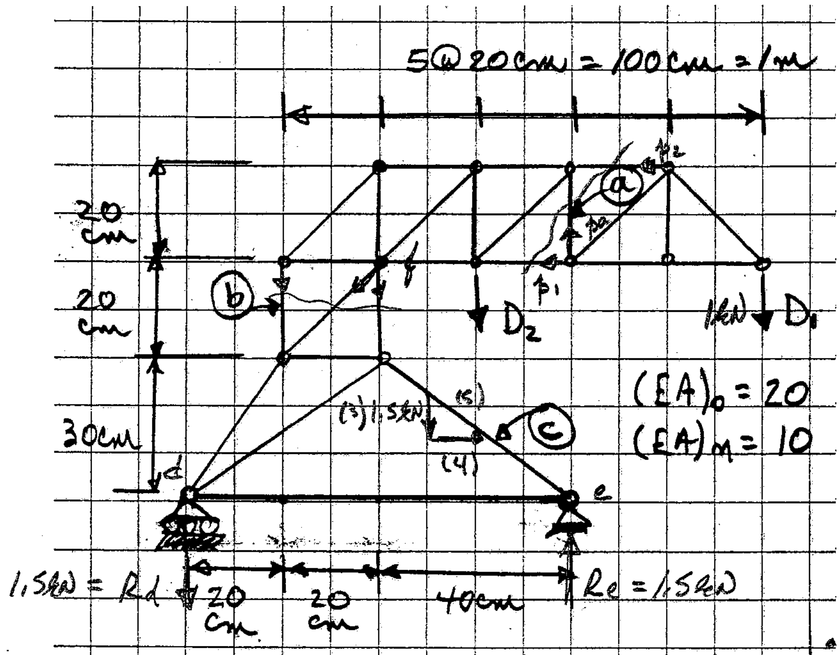
$$D_c^H = 0.08m \leftarrow$$

QUESTION # 2 (7 points)

La matrice de flexibilité initiale [F_0] d'un modèle réduit de treillis est indiquée pour les DDL 1 et 2. Pour étudier les effets de la corrosion on réduit de 10 la valeur de (EA) des membrures a, b, c seulement; [$(EA)_0 = 20$; $(EA)n = 10$)

Déterminez la nouvelle matrice de Flexibilité [Fn]; inscrire votre réponse dans l'espace indiqué.

$$[F_0] = \begin{bmatrix} 800 & 400 \\ 400 & 100 \end{bmatrix} \qquad [Fn] = \begin{bmatrix} 832.625 & 411.8125 \\ 411.8125 & 104.905 \end{bmatrix}$$



• $f_{ij} = \Sigma p \left(\frac{PL}{AE}\right)$

• $f_{ij}^{n} = f_{ij}^{0} - \left(\Sigma p \frac{PL}{AE}\right)_0 + \left(\Sigma p \frac{PL}{AE}\right)_N$

Enlève contribution (a)(b)(c) ajoute nouvelle contribution (a)(b)(c)

• $Q_1 = 1kN$ calcul des efforts axiaux (a) (b) (c)

• Calcul des réactions

$\Sigma M_d = 0 \quad -(1 \times 120) + Re(80) = 0$

$Re = \frac{120}{80} = 1,5\,kN$

• $pc = 1,5\left(\frac{5}{3}\right) = -2.5\,kN\,C$

• DCL sup $\Sigma F_y = 0$ $pa = 1kN\,T$

• DCL sup $\Sigma M_f = 0$ $-1 \times 80 + pb(20) = 0$

$pb = 80/20 = 4\,kN\,T$

• $f_{11n} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{10}\right) = \frac{(1)(1)(20)}{10} + \frac{(4)(4)(20)}{10} + \frac{(-2,5)(-2,5)(50)}{10} \Rightarrow \underbrace{2 + 32 + 31,25}_{65.25}$

$f_0^{11} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{20}\right) = \frac{(1)(1)(20)}{20} + \frac{(4)(4)(20)}{20} + \frac{(-2,5)(-2,5)(50)}{20} = 32,625$

$F_{11}^{N} \Rightarrow 800 - 32,625 + 65,25 = \underline{832,625}$

• $Q_2 = 1kN$ calcul des efforts axiaux

• $pa = 0\,kN$

Calcul Réactions $\Sigma M_d = 0$

$-(1 \times 60) + Re(80) = 0$

$Re = 60/80 = 0,75\,kN \uparrow$

• DCL sup $\Sigma M_f = 0$ $-1 \times 20 + pb(20) = 0$

$pb = 1\,kN\,T$

$pc = 0,75\,(5/3) = -1,25\,kN\,C$

• $f_{22n} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{10}\right) = \frac{(1)(1)(20)}{10} + \frac{(-1,25)(-1,25)(50)}{10} = 9.812$

$f_{220} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{20}\right) = \frac{(1)(1)(20)}{20} + \frac{(-1,25)(-1,25)(50)}{20} = 4.906$

$F_{22}^{N} = 100 - 4.906 + 9.812 = \underline{104.905}$

• $f_{12n} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{10}\right) = (0) + \frac{(4)(1)(20)}{10} + \frac{(-2,5)(-1,25)(50)}{10} = 23.625$

• $f_{120} = \Sigma^{abc} p\left(\frac{PL}{20}\right) = 0 + \frac{(4)(1)(20)}{20} + \frac{(-2,5)(-1,25)(50)}{20} = 11.812$

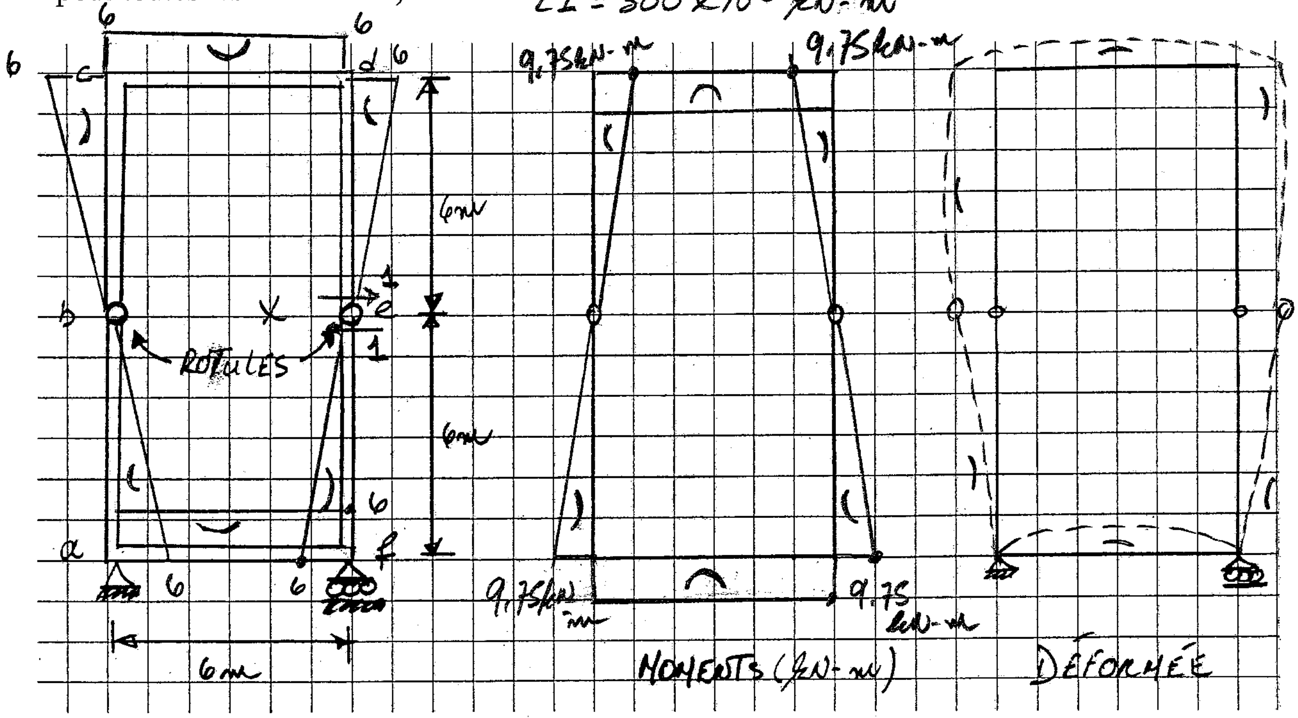
$\Big\} \; F_{12}^{N} = 400 - 11.812 + 23.625 = 411.8125$

QUESTION # 3 (7points)

Pour le cadre planaire ci-dessous seulement la membrure "cd" est soumise à une augmentation de température de 100°C.
(a) Calculez et dessinez les moments résultants dans le cadre
(b) dessinez la structure déformée

(EI est constant pour toutes les membrures, le coefficient d'expansion thermique est $\alpha = 6.5 \times 10^{-6}$ pour toutes les membrures)

$EI = 300 \times 10^3$ kN-m²



- $D_1 = D_{10} + f_{11} X_1 = 0$
- $D_{10} = \varepsilon \cdot L = (\Delta T)(\alpha)(L) = (100)(6.5 \times 10^{-6})(6) = {}^{-}3.9 \times 10^{-3}$ m
- $f_{11} : \sum m \frac{M}{EI} = 4\left[\frac{6 \times 6}{2EI} \times \frac{2}{3} 6\right] + 2\left[\frac{6 \times 6}{EI} \times 6\right] = \frac{720}{EI}$
- $X_1 = -\frac{D_{10}}{f_{11}} = -\frac{3.9 \times 10^{-3}}{720}(300 \times 10^3) = {}^{-}1.625$ kN
- $M = 6$ kN-M $\times\ {}^{-}1.625 = {}^{-}9.75$ kN-m