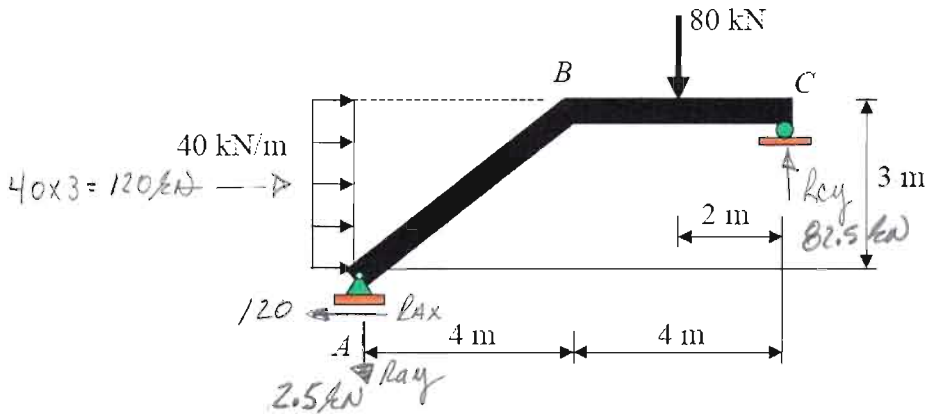


QUESTION # 1 (6 points)

Une structure est formée de deux éléments de poutre ("AB"; "BC"). La charge horizontale $w = 40\text{kN/m}$ est appliqué sur 3 m soit la projection verticale de la membrure AB.

(A) Calculez les réactions.

(B) Dessinez les diagrammes d'efforts axiaux (P) ($\leftarrow \oplus \rightarrow$), tranchants (V) ($\uparrow \oplus \downarrow$) et des moments fléchissants (M) (\oplus) de la structure ci-dessous (indiquez les valeurs maximales et minimales de V et de M pour les deux éléments).

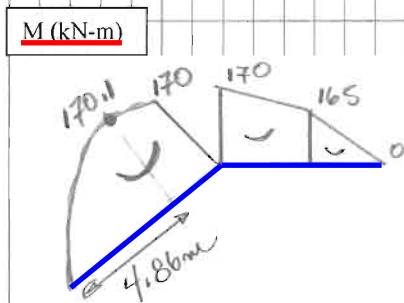
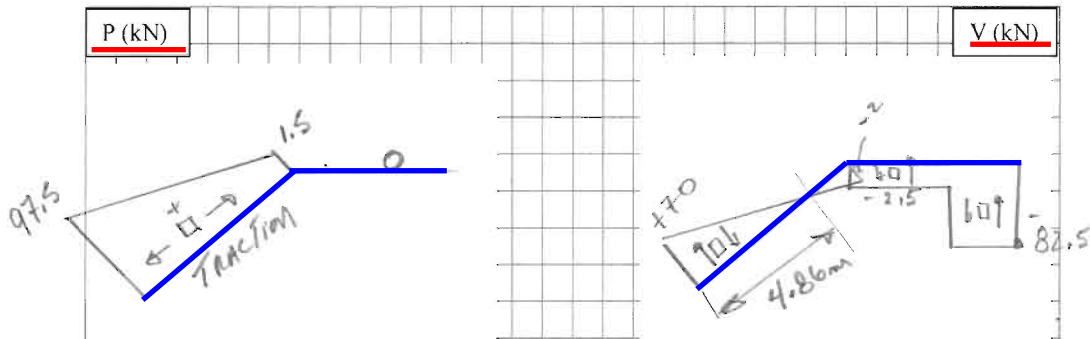


RÉPONSES

$R_{ax} = 120 \text{ kN} \leftarrow$

$R_{ay} = 2.5 \text{ kN} \downarrow$

$R_{cy} = 82.5 \text{ kN} \uparrow$



1. Calcul des réactions :

$\sum F_x = 0 \rightarrow +120 - R_{ax} = 0 \quad R_{ax} = 120 \text{ kN} \leftarrow$

$\sum M_A = 0 \quad R_{cy}(8) - 80(6) - 120(1.5) = 0$

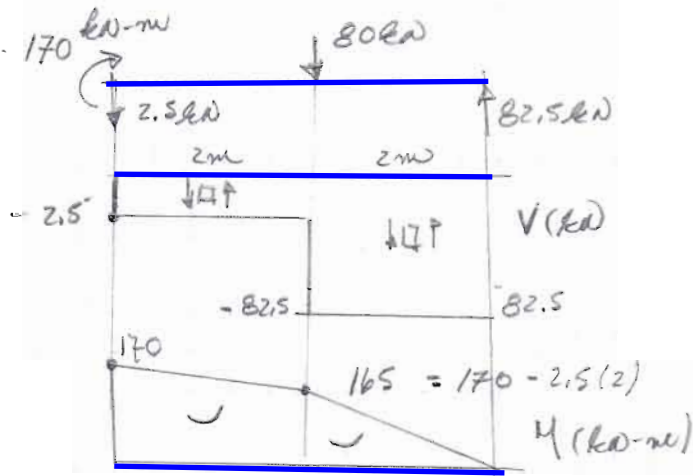
$R_{cy} = (180 + 480) / 8 = 82.5 \text{ kN} \uparrow$

$\sum F_y = 0 \quad -R_{ay} - 80 + 82.5 = 0$
 $R_{ay} = 2.5 \text{ kN} \downarrow$

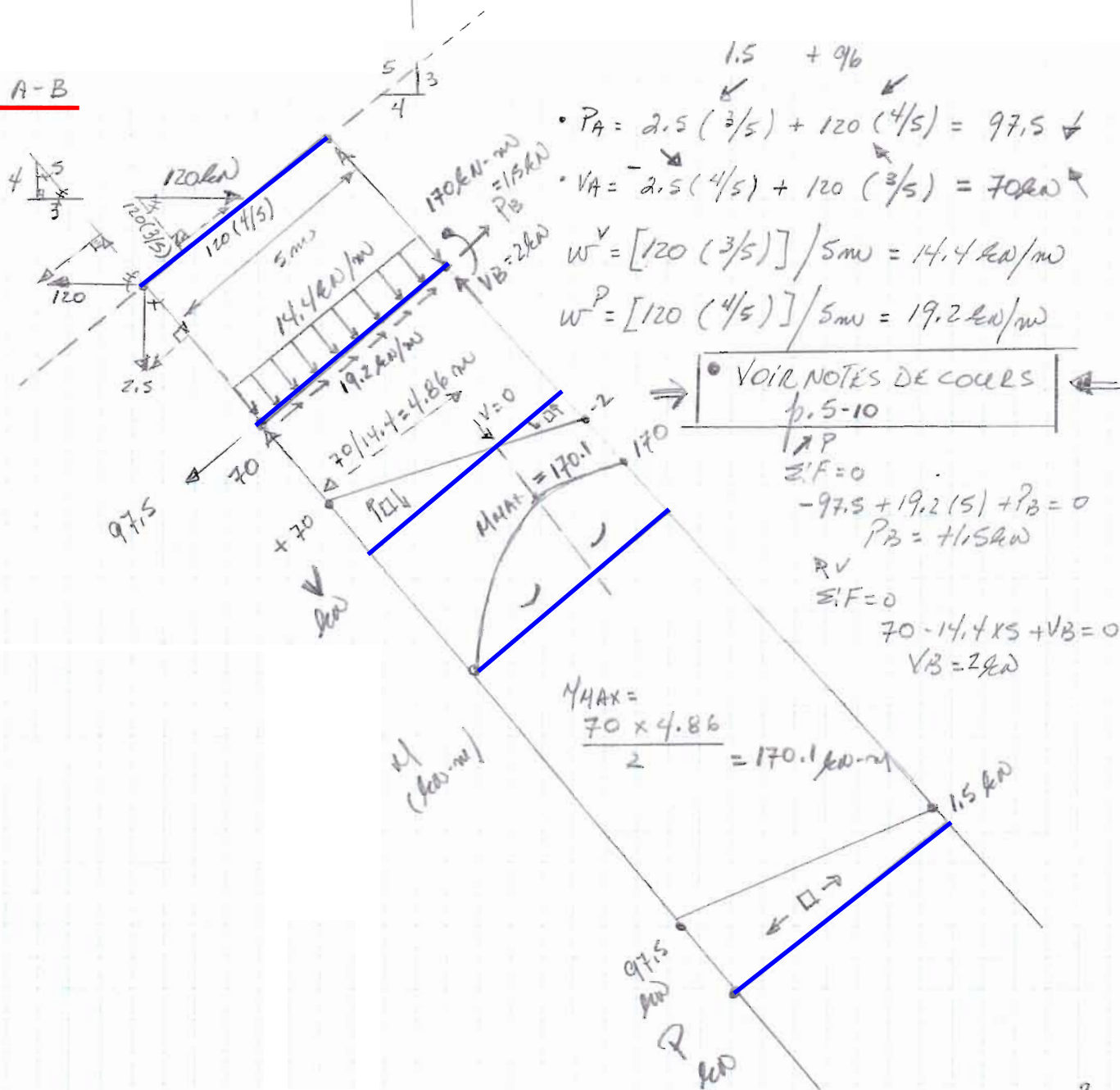
DCL BC

 $\sum M_B = 0 \quad +M_B + 82.5(4) - 80(2) = 0$
 $\sum F_y = 0 \quad V_{BC} = 2.5 \text{ kN} \downarrow$
 $F = 0 \text{ kN}$

$$M_B^{BC} = (330) - (160) = 170 \text{ kN-m}$$



• DCL A-B

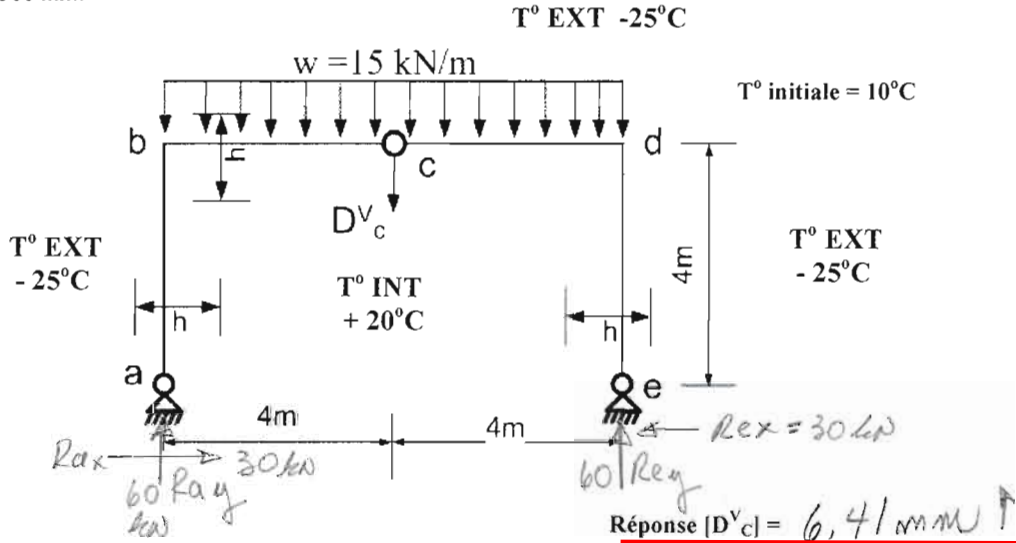


QUESTION # 2 (8 points)

Pour la structure ci-dessous $E = 200 \text{ GPa}$; $I = 250 \times 10^6 \text{ mm}^4$ et le coefficient d'expansion thermique est $\alpha = 12 \times 10^{-6} \text{ m/m}^\circ\text{C}$.

Calculez la déflexion verticale au point c, D^V_c en mm causé par l'action simultanée
 (a) de la charge distribuée de $w = 15 \text{ kN/m}$ agissant sur les membrures bc et cd et

(b) une variation de température appliquée de sorte que toutes les fibres extérieures du cadre sont à -25°C , les fibres intérieures sont à $+20^\circ\text{C}$ et la température initiale est de 10°C . On suppose que la température varie de façon linéaire sur la profondeur, h , de chacune des membrures qui est de 300 mm.



1. Charge $w = 15 \text{ kN/m}$: 1. $D^V_c = E I \int \frac{M}{EI} dz$ ok

calcul des réactions

$\sum F_y = 0$ sym.

$15 \times 8 / 2 = R_{ay} = R_{ey} = 60 \text{ kN}$

• DCL ab-c $\sum M_c = 0$

$-60(4) + 15(4)(\frac{4}{2}) + R_{ax} \cdot 4 = 0$

$R_{ax} = (240 - 120) / 4 = 30 \text{ kN}$

Dessins Diag M

$M = 30 \times 4 = 120$

• Calcul de m

$R_{ey} = R_{ay} = 1/2 = 0,5 \text{ kN}$

$\sum M_c = 0$ DCL abc

$-0,5(4) + R_{ax}(4) = 0$ $R_{ax} = 0,5 \text{ kN}$

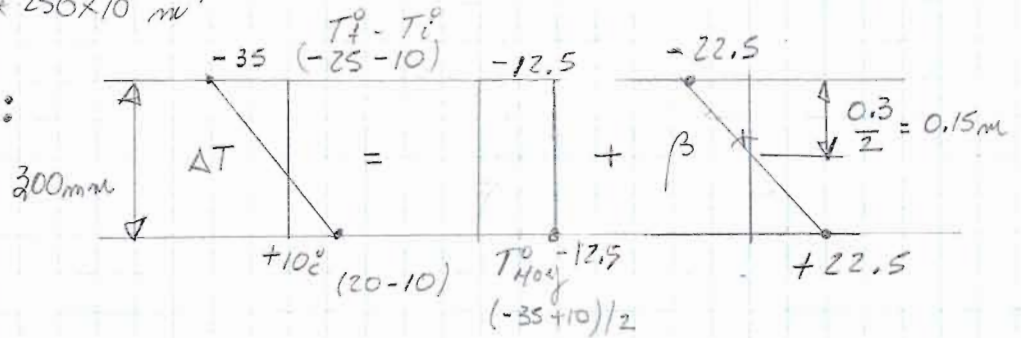
• Calcul de $1 \cdot Dv^c$ $\Rightarrow 2 \left[\frac{(120 \times 4)}{2 EI} \times \frac{2}{3} \times 2 \right] + \left. \begin{array}{l} (de) \\ (ab) \end{array} \right\} \frac{1}{4} Lbd$

$\Rightarrow Dv^c = \frac{1}{EI} [640 + 480] = \frac{1120}{EI} \text{ (m; kN)}$

$+ 2 \left[\frac{1}{4 EI} (4)(120)(2) \right] \text{ (bc)(cd)}$

$\Rightarrow Dv^c = \frac{1120}{200 \times 10^6 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \times 250 \times 10^{-6} \text{m}^4} = 0,0224 \text{ m} = \underline{22,4 \text{ mm}}$ ↓

2. Cas Thermique :



• Calcul de la courbure :

$\beta = \frac{\alpha \cdot \Delta T}{(h/2)} = \frac{(12 \times 10^{-6}) \cdot (22,5)}{0,15} = 1800 \times 10^{-6} \text{ rad/m}$

↑ Froid
↓ chaud

$1 \cdot Dvc = \int m (\beta T^0) dx$

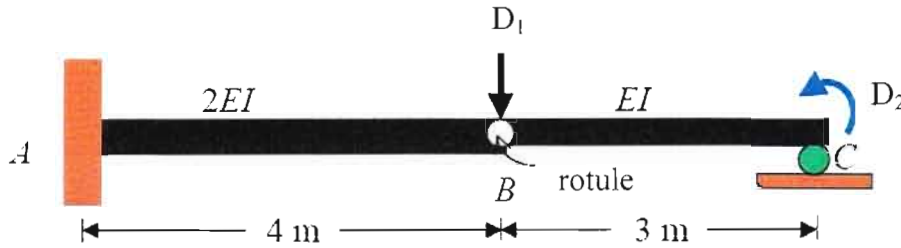
$1 \cdot Dvc = 4 \left[\left(\frac{2 \times 4}{2} \right) \cdot (1800 \times 10^{-6}) \right] = \underline{0,0288 \text{ m}}$ ↑

4 Membres
similaires

$\Delta Dvc \text{ TOTAL} = 22,4 \downarrow - 28,8 \text{ mm} = -6,4 \text{ mm}$ ↑

QUESTION # 3 (6 points)

Déterminez la matrice de flexibilité $[F]_{2 \times 2}$ pour les deux DDL indiqués (D_1, D_2). La structure est constituée de membrures possédant les valeurs relative de EI indiquées (inclure les déformations de flexion seulement; exprimer votre résultats en fonction de EI).



Réponse $[F] = \begin{bmatrix} 10.67, 3.55 \\ 3.55, 2.18 \end{bmatrix} \frac{1}{EI}$

1. $f_{ij} = \sum \int \frac{m^2}{EI} dx$

2. $D_1 = 1 \text{ kN} \quad D_2 = 0$

$\sum M_B = 0 \quad R_C \cdot 3 = 0 \quad R_C = 0$
 $\sum M_A = 0 \quad M_A - 1(4) = 0 \quad M_A = 4$
 $\sum F_y = 0 \quad R_A - 1 = 0 \quad R_A = 1$

4 kN-m
 2EI
 4m
 (I)

3. $D_2 = 1 \text{ kN} \quad D_1 = 0$

$\sum M_B = 0 \quad +1 - R_C(3) = 0 \quad R_C = 1/3$
 $\sum F_y = 0 \quad R_A + R_C = 0 \quad R_A = -0.333 \text{ kN}$
 $\sum M_A = 0 \quad M_A - 0.333(4) = 0 \quad M_A = 1.332$

0.333 kN
 1.332 kN-m
 4m (2EI)
 3m (EI)
 1 kN-m
 (II)

4. • Intégration simplifiée :

$$\bullet f_{11}(R_I - V_I) : \frac{1}{2EI} \left(\frac{4 \times 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \right)^{AB} = 10.67/EI$$

$$\bullet f_{22}(R_{II} - V_{II}) : \left(\frac{1.332 \times 4}{2(2EI)} \cdot \frac{2}{3} (1.332) \right)^{AB} + \left(\frac{1.0 \times 3}{2(EI)} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \right)^{BC} = 2.18/EI$$

1.1828 + 1.0

$$\bullet f_{12}(R_{II} - V_I) : \left(\frac{4(1.332)}{2(2EI)} \cdot \frac{2}{3} (4) \right)^{AB} = 3.55/EI$$