

## ELE1409-Électricité du bâtiment

Session Hiver 2011

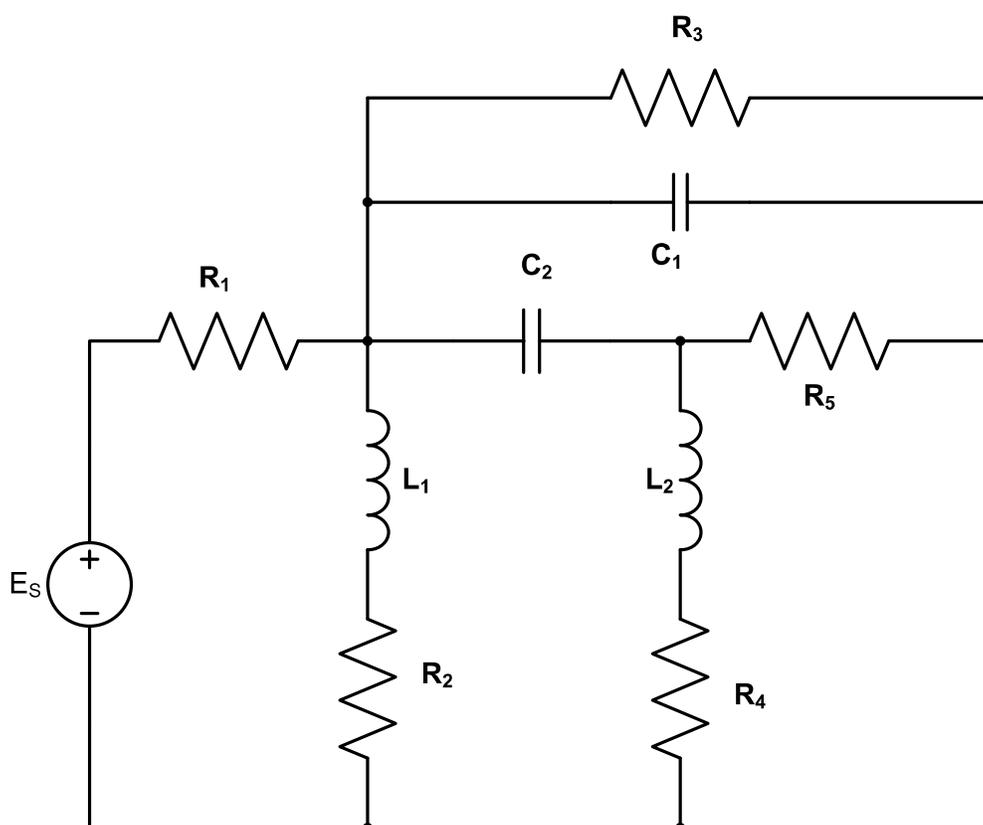
Examen de mi-session

Corrigé

### Exercice 1 (4 points) :

Pour le circuit à courant continu ci-dessous, sont données les grandeurs suivantes :

$E_s = 120 \text{ V}$ ,  $R_1 = R_4 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = R_5 = 10 \Omega$ ,  $L_1 = 20 \text{ mH}$ ,  $L_2 = 10 \text{ mH}$ ,  $C_1 = C_2 = 20 \mu\text{F}$ .

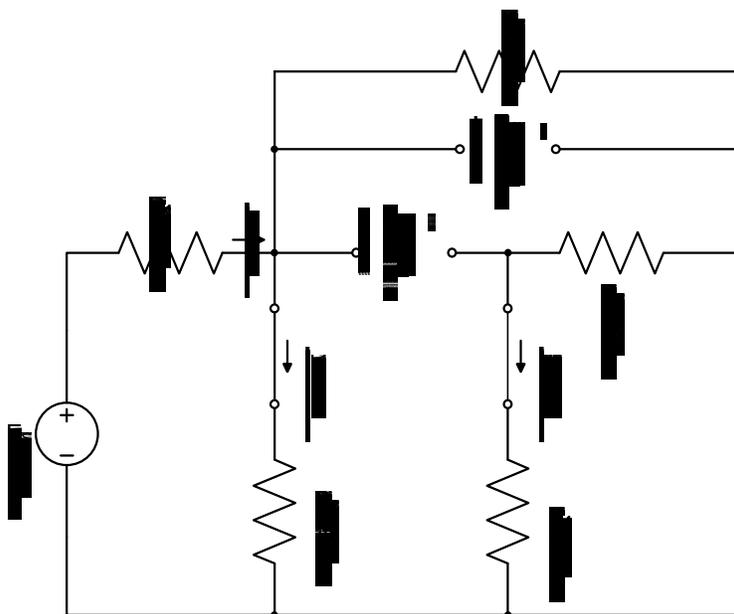


- Calculer l'énergie emmagasinée dans chacune des inductances et dans chaque condensateur.
- Calculer la puissance dissipée dans chaque résistance.
- Trouver la puissance fournie par la source.

### Exercice 1 (corrigé) :

En courant continu, les condensateurs peuvent être remplacés par des circuits ouverts, les inductances sont remplacées par des courts-circuits :

ELE1409-H11-EMS



Les deux résistances  $R_2$  et  $R_3$  sont en parallèles et forment une résistance équivalente  $R_{\text{éq}}$  égale à  $5 \Omega$  en série avec  $R_1$ . Le courant  $I_s$  fourni par la source est égal à  $E_s/(R_1 + R_{\text{éq}})$  donc à  $12 \text{ A}$ . Les courants dans les résistances  $R_2$  et  $R_3$  sont identiques et égaux à  $I_s/2$  donc à  $6 \text{ A}$ . Les courants dans les résistances  $R_4$  et  $R_5$  sont nuls.

a) L'énergie emmagasinée dans chacune des inductances et dans chaque condensateur :

$$I_{L_1} = I_{R_2} = 6 \text{ A}$$

$$I_{L_2} = I_{R_4} = 0 \text{ A}$$

$$E_{C_1} = E_{C_2} = R_3 \cdot I_{R_3} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ V}$$

$$W_{L_1} = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_{L_1}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,02 \cdot 6^2 = 360 \text{ mJ}$$

$$W_{L_2} = \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_{L_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,01 \cdot 0^2 = 0 \text{ mJ}$$

$$W_{C_1} = \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot E_{C_1}^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2 = 36 \text{ mJ}$$

$$W_{C_2} = \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot E_{C_2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 60^2 = 36 \text{ mJ}$$

b) La puissance dissipée dans chaque résistance:

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1}^2 = 5 \cdot 12^2 = 720 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_{R_2}^2 = 10 \cdot 6^2 = 360 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3}^2 = 10 \cdot 6^2 = 360 \text{ W}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_{R_4}^2 = 5 \cdot 0^2 = 0 \text{ W}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_{R_5}^2 = 10 \cdot 0^2 = 0 \text{ W}$$

c) la puissance fournie par la source:

$$P_S = E_S \cdot I_S = 120 \cdot 12 = 1440 \text{ W}$$

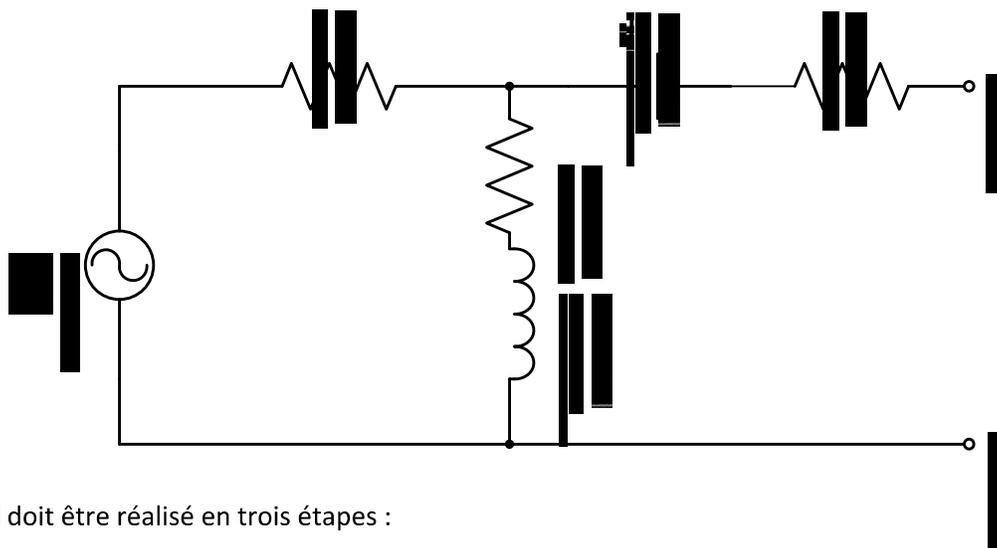
*Vérification :*

$$P_S = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5}$$

$$P_S = 720 + 360 + 360 + 0 + 0 = 1440 \text{ W}$$

**Exercice 2 (4 points) :**

Soit le circuit ci-dessous dans lequel la tension de la source est représentée par son phaseur et les éléments, par leurs impédances. Il est demandé de trouver l'équivalent de Thévenin du circuit vu entre les bornes A et B.



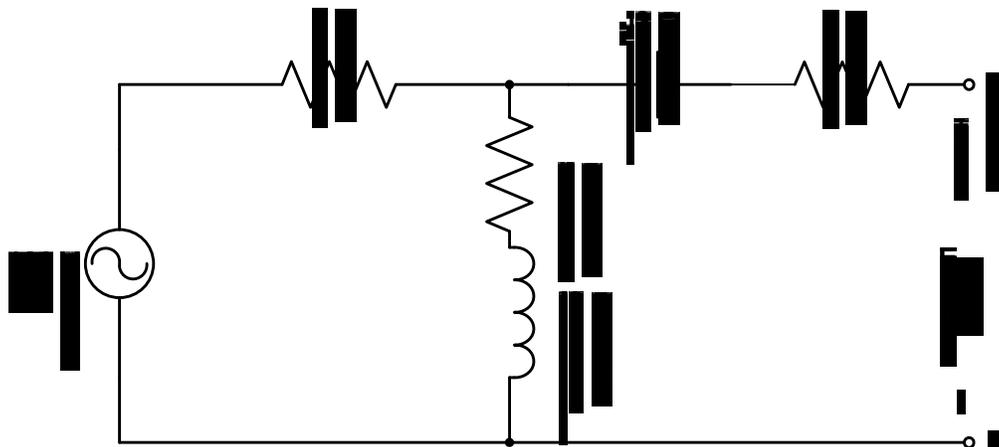
Le travail doit être réalisé en trois étapes :

ELE1409-H11-EMS

- Trouver le phaseur tension de Thévenin  $E_{Th}$  de ce circuit entre les bornes A et B,
- Déterminer l'impédance de Thévenin  $Z_{Th}$  de ce circuit entre les bornes A et B,
- Dessiner le circuit équivalent de ce circuit vu entre les bornes A et B.

**Exercice 2 (corrigé) :**

- Le phaseur tension de Thévenin  $E_{Th}$  de ce circuit entre les bornes A et B :



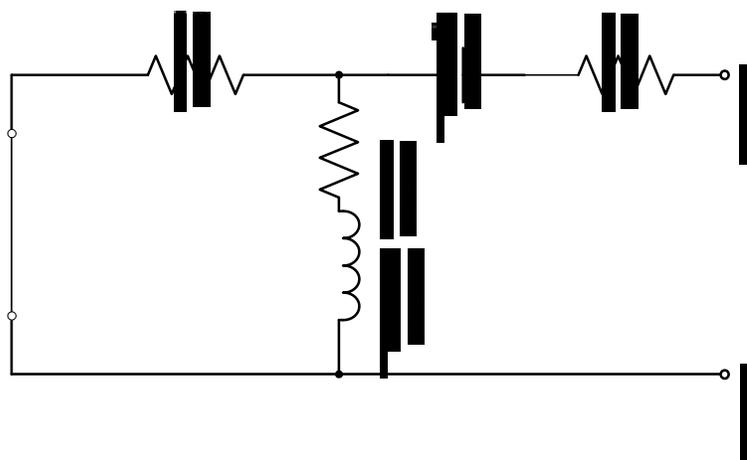
Le phaseur tension de Thévenin  $E_{TH}$  demandé est égal au phaseur tension à vide  $E_{AB}$ . Il n'y a pas de courant dans l'inductance de  $4 \Omega$ , donc le phaseur tension  $E_{AB}$  est égal au phaseur tension aux bornes de l'impédance  $4+j3$  qui peut être calculé à l'aide de la méthode du diviseur de tension.

$$E_S = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$E_{TH} = E_{AB} = \frac{4 + j3}{(4 + j3) + 5} \cdot 120 \angle 0^\circ = \frac{5 \angle +36,9^\circ}{9,5 \angle +18,4^\circ} \cdot 120 \angle 0^\circ = 63,2 \angle +18,5^\circ \text{ V}$$

- L'impédance de Thévenin  $Z_{Th}$  de ce circuit entre les bornes A et B:

La source de tension est remplacée par un court-circuit, ce qui met en parallèle les impédances de  $5 \Omega$  et de  $4+j3$ , l'impédance équivalente ainsi obtenue est en série avec l'impédance de  $4+j3$ . L'impédance de thévenin demandée est :

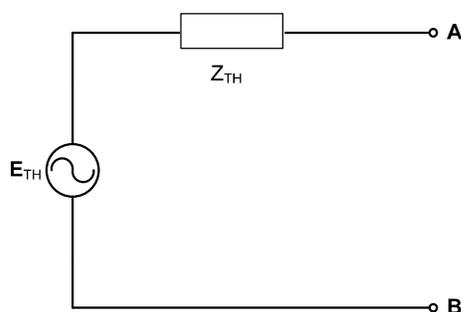


$$Z_{TH} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{(4+j3)}} + (4-j3) = \frac{5 \cdot (4+j3)}{5+(4+j3)} + (4-j3) = \frac{25 \angle +36,9^\circ}{9,5 \angle +18,4^\circ} + (4-j3)$$

$$Z_{TH} = 2,63 \angle +18,5^\circ + (4-j3) = 2,49 + j0,83 + 4 - j3 = 6,49 - j2,17 \Omega$$

$$Z_{TH} = 6,49 - j2,17 \Omega = 6,84 \angle -18,8^\circ \Omega$$

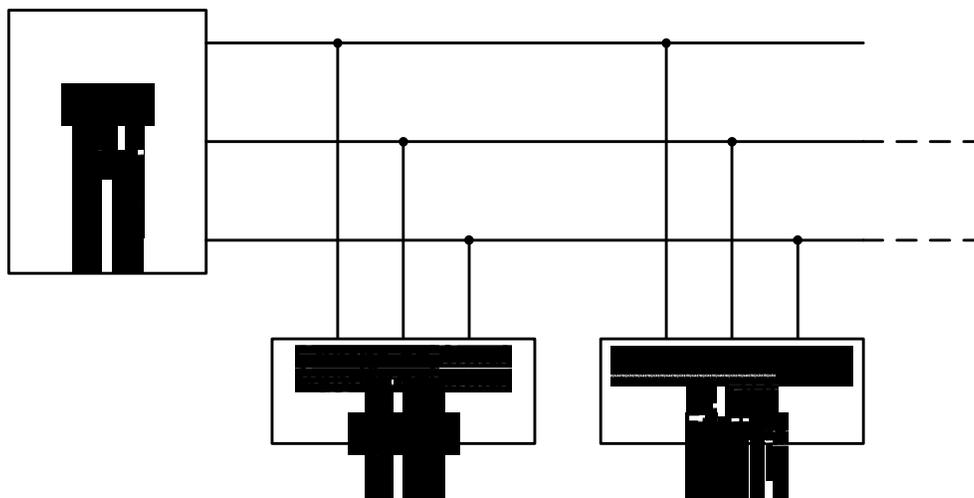
c) Le schéma du circuit équivalent de ce circuit vu entre les bornes A et B.




---

### **Exercice 3 (6 points) :**

Soit le circuit suivant constitué d'une source triphasée équilibrée qui alimente deux charges triphasées équilibrées connectées en parallèle.



- Quelle est la valeur efficace du courant de ligne tiré par la charge en étoile?
- Quelle est la valeur efficace du courant de ligne tiré par la charge en triangle?
- Quelle est la puissance réelle de toute la charge (Puissance réelle fournie par la source)?
- Quelle est la puissance réactive de toute la charge (Puissance réactive fournie ou absorbée par la source)?
- Quelle est la valeur (module) de la puissance apparente de l'ensemble de la charge?
- Quelle est la valeur efficace du courant fourni par la source?
- Quel est le facteur de puissance de toute la charge (facteur de puissance vu par la source)?
- Calculer la puissance réactive que doivent fournir trois condensateurs connectés en triangle et en parallèle avec les deux charges pour que le facteur de puissance vu par la source soit égal à 0,9 inductif. Trouver la capacité de chaque condensateur.

### **Exercice 3 (corrigé) :**

- La valeur efficace du courant de ligne tiré par la charge en étoile :

$$I_{\text{ligne-charge } Y} = \frac{P_{\text{Charge } Y}}{\sqrt{3} \cdot E_{\text{ligne}} \cdot Fp_{\text{charge } Y}} = \frac{15000}{\sqrt{3} \cdot 600 \cdot 1} = 14,4 \text{ A}$$

- La valeur efficace du courant de ligne tiré par la charge en triangle :

$$I_{\text{ligne-charge } \Delta} = \frac{|S_{\text{Charge } \Delta}|}{\sqrt{3} \cdot E_{\text{ligne}}} = \frac{60000}{\sqrt{3} \cdot 600} = 57,7 \text{ A}$$

c) La puissance réelle de toute la charge (Puissance réelle fournie par la source) :

$$P_{charge} = P_{charge Y} + P_{charge \Delta} = P_{charge Y} + |S_{Charge \Delta}| \cdot Fp_{charge \Delta} = 15000 + 60000 \cdot 0.8 = 63000 \text{ W}$$

d) La puissance réactive de toute la charge (Puissance réactive fournie ou absorbée par la source) :

$$Q_{charge} = Q_{charge Y} + Q_{charge \Delta} = Q_{charge Y} + |S_{Charge \Delta}| \cdot \sin\left(\cos^{-1}\left(Fp_{charge \Delta}\right)\right)$$

$$Q_{charge} = 0 + 60000 \cdot \sin\left(+\cos^{-1}(0,8)\right) = 36000 \text{ var}$$

e) La valeur (module) de la puissance apparente de l'ensemble de la charge :

$$|S_{charge}| = \sqrt{P_{charge}^2 + Q_{charge}^2} = \sqrt{63000^2 + 36000^2} = 72560 \text{ VA}$$

f) La valeur efficace du courant fourni par la source :

$$I_{ligne-charge} = \frac{|S_{Charge}|}{\sqrt{3} \cdot E_{ligne}} = \frac{72560}{\sqrt{3} \cdot 600} = 69,8 \text{ A}$$

g) Le facteur de puissance de toute la charge (facteur de puissance vu par la source) :

$$Fp_{charge} = \frac{P_{Charge}}{|S_{Charge}|} = \frac{63000}{72560} = 0,87 \text{ inductif}$$

h) La puissance réactive que doivent fournir trois condensateurs connectés en triangle et en parallèle avec les deux charges pour que le facteur de puissance vu par la source soit égal à 0,9 inductif et la capacité de chacun des condensateurs:

*Avant la correction du facteur de puissance :*

$$P_{charge\ av} = 63000 \quad \text{W}$$

$$Q_{charge\ av} = 36000 \quad \text{var}$$

*Avant la correction du facteur de puissance :*

$$P_{charge\ ap} = P_{charge\ av} = 63000 \quad \text{W}$$

$$Q_{charge\ ap} = P_{charge\ ap} \cdot \tan\left(\cos^{-1}(fp)\right) = 63000 \cdot \tan\left(+\cos^{-1}(0,9)\right) = 30512 \quad \text{var}$$

*La puissance réactive fournie par les trois condensateurs connectés en triangle :*

$$Q_{3C} = Q_{charge\ ap} - Q_{charge\ av} = 30512 - 36000 = -5488 \quad \text{var}$$

*La puissance réactive fournie par un des trois condensateurs connectés en triangle :*

$$Q_{1C} = \frac{Q_{3C}}{3} = \frac{-5488}{3} = -1829 \quad \text{var}$$

*La réactance d'un condensateur :*

$$X_{1C} = \frac{E_{1nom}^2}{Q_{1C}} = \frac{600^2}{-1829} = -196,8 \quad \Omega$$

*La capacité d'un condensateur :*

$$C_{1C} = -\frac{1}{\omega X_{1C}} = -\frac{1}{377 \cdot (-196,8)} = 13,48 \quad \mu\text{F}$$

#### **Exercice 4 (6 points) :**

Au cours d'une séance de laboratoire d'ELE1403, représentée par le schéma ci-dessous, les étudiants ont fait les mesures suivantes :

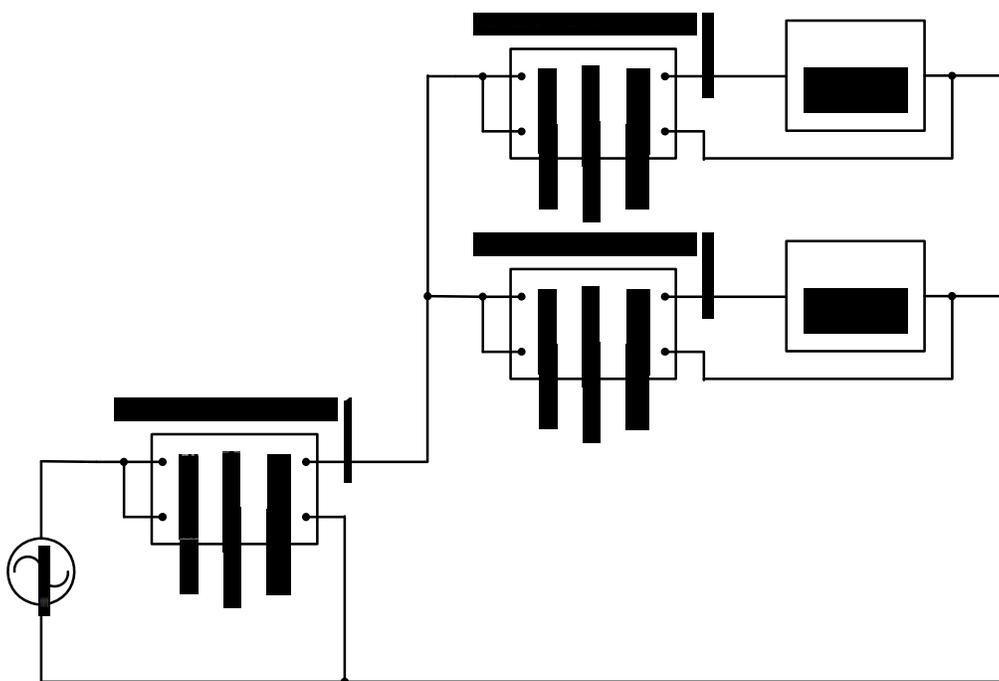
##### **Analyseur de puissance 1 :**

$E_1 = 120 \text{ V}$ ,  $P_1 = 1990 \text{ W}$ ,  $S_1 = 2369 \text{ VA}$  et  $Fp_1 = +0.84$ .

##### **Analyseur de puissance 2 :**

$E_2 = 120 \text{ V}$ ,  $P_2 = 964 \text{ W}$  et  $S_2 = 1606 \text{ VA}$  et  $Fp_2 = +0.6$ .

Les étudiants ont oublié de noter les courants mesurés à l'aide de ces deux appareils et n'ont pas noté les mesures faites avec l'analyseur de puissance 3.



- 1) Calculer la valeur efficace du courant dans la charge A.
- 2) Calculer la valeur efficace du courant mesuré par l'analyseur de puissance 1.
- 3) Trouver les indications de l'analyseur de puissance 3 :  $E_3$ ,  $I_3$ ,  $P_3$ ,  $S_3$  et  $Fp_3$ .
- 4) Déterminer les impédances de chacune des deux charges A et B (Les impédances doivent être données sous forme complexe en précisant leurs natures)
- 5) Calculer la capacité du condensateur, connecté en parallèle avec les charges A et B (voir schéma suivant) pour que le facteur de puissance vu par la source soit égal à 0,9 inductif.
- 6) Que deviennent les indications de l'analyseur de puissance 1 ( $E_1$ ,  $I_1$ ,  $P_1$ ,  $S_1$  et  $Fp_1$ ) après correction du facteur de puissance.

**Exercice 4 (corrigé) :**

- 1) La valeur efficace du courant dans la charge A :

$$I_{charge A} = \frac{P_2}{E_2 \cdot Fp_2} = \frac{964}{120 \cdot 0,6} = 13,4 \text{ A}$$

2) La valeur efficace du du courant mesuré par l'analyseur de puissance 1:

$$I_1 = \frac{|S_1|}{E_1} = \frac{2369}{120} = 19,74 \text{ A}$$

3) Trouver les indications de l'analyseur de puissance 3 :

$$P_3 = P_1 - P_2 = 1990 - 964 = 1026 \text{ W}$$

$$Q_3 = Q_1 - Q_2 = |S_1| \cdot \sin(\cos^{-1}(Fp_1)) - |S_1| \cdot \sin(\cos^{-1}(Fp_2))$$

$$Q_3 = 2369 \cdot \sin(+\cos^{-1}(0,84)) - 1606 \cdot \sin(+\cos^{-1}(0,6)) = 1285 - 1285 = 0 \text{ var}$$

$$|S_3| = \sqrt{P_3^2 + Q_3^2} = \sqrt{1026^2 + 0^2} = 1026 \text{ VA}$$

$$E_3 = 120 \text{ V}$$

$$I_3 = \frac{|S_3|}{E_3} = \frac{1026}{120} = 8,55 \text{ A}$$

$$Fp_1 = \frac{P_1}{|S_1|} = \frac{1026}{1026} = 1$$

- 4) Les impédances de chacune des deux charges A et B (Les impédances doivent être données sous forme complexe en précisant leurs natures) :

$$Z_A = R_A + jX_A$$

$$R_A = \frac{P_2}{I_{charge A}^2} = \frac{964}{13,4^2} = 5,4 \Omega$$

$$X_A = \frac{Q_{charge A}}{I_{charge A}^2} = \frac{|S_2| \cdot \sin(\cos^{-1}(Fp_2))}{I_{charge A}^2} = \frac{1606 \cdot \sin(+\cos^{-1}(0,6))}{13,4^2} = 7,2 \Omega$$

$$Z_A = 5,4 + j7,2 \Omega$$

*La réactance  $X_A$  est positive donc la charge A est inductive.*

$$Z_B = R_B + jX_B$$

$$R_B = \frac{P_3}{I_{charge B}^2} = \frac{1026}{8,55^2} = 14 \Omega$$

$$Q_3 = 0 \Rightarrow X_B = 0 \Omega$$

$$Z_B = 14 \Omega$$

*La réactance  $X_B$  est nulle donc la charge B est résistive.*

- 5) La capacité du condensateur, connecté en parallèle avec les charges A et B (voir schéma ci-dessus) pour que le facteur de puissance vu par la source soit égal à 0,9 inductif.

*Avant correction du facteur de puissance :*

$$P_{1\text{avant}} = 1990 \text{ W}$$

$$Q_{1\text{avant}} = 1285 \text{ var}$$

$$Fp_{1\text{avant}} = +0,84$$

*Après correction du facteur de puissance :*

$$P_{1\text{après}} = 1990 \text{ W}$$

$$Fp_{1\text{après}} = +0,9$$

$$Q_{1\text{après}} = P_{1\text{après}} \cdot \tan\left(+\cos^{-1}(0,9)\right) = 964 \text{ var}$$

$$|S_{1\text{après}}| = \sqrt{P_{1\text{après}}^2 + Q_{1\text{après}}^2} = \sqrt{1990^2 + 964^2} = 2211 \text{ VA}$$

$$E_{1\text{après}} = E_{1\text{avant}} = E_1 = 120 \text{ V}$$

$$I_{1\text{après}} = \frac{|S_{1\text{après}}|}{E_1} = \frac{2211}{120} = 18,4 \text{ A}$$

$$Q_{\text{Cond.}} = Q_{1\text{après}} - Q_{1\text{avant}} = 964 - 1285 = -321 \text{ var}$$

$$X_{\text{Cond.}} = \frac{E_1^2}{Q_{\text{Cond.}}} = \frac{120^2}{-321} = -44,9 \Omega$$

*Le laboratoire d'ele1403 a lieu au Québec, donc  $f = 60 \text{ Hz}$ , donc  $\omega = 377 \text{ rad/s}$ .*

$$C_{\text{Cond.}} = -\frac{1}{X_{\text{Cond.}} \cdot \omega} = -\frac{1}{-44,9 \cdot 377} = 59,1 \mu\text{F}$$

6) Les indications de l'analyseur de puissance 1 ( $E_1$ ,  $I_1$ ,  $P_1$ ,  $S_1$  et  $Fp_1$ ) après correction du facteur de puissance

$$P_1 = 1990 \text{ W}$$

$$Fp_1 = +0,9$$

$$|S_1| = 2211 \text{ VA}$$

$$E_1 = 120 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{|S_1|}{E_1} = \frac{2211}{120} = 18,4 \text{ A}$$

