ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Le génie sans frontières

Questionnaire examen final

ELE3500

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom :	**Prénom :**	
Signature :	**Matricule :**	**Groupe :**

Réservé

Sigle et titre du cours	*Groupe*	*Trimestre*
ELE3500 Ondes électromagnétiques	**01 et 02**	**20073**
Professeur	***Local***	***Téléphone***
Jean-Jacques Laurin	**M-6027**	**5990**

Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Mercredi	**12 décembre 2007**	**2h30**	**9h30 à 12h00**

Documentation	*Calculatrice*	
☒ Toute	☐ Aucune	**Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.**
☐ Aucune	☒ Programmable	
☐ **Voir directives particulières**	☐ **Non programmable**	

Directives particulières

- Compas et matériel à dessin permis
- Remettre la page 2 du questionnaire avec le cahier d'examen si vous le jugez nécessaire

Important

Cet examen contient **4** questions sur un total de **5** pages **(excluant cette page)**

La pondération de cet examen est de **35** **%**

Vous devez répondre sur : ☐ le questionnaire ☐ **le cahier** ☒ les deux

Vous devez remettre le questionnaire : ☐ oui ☒ **non**

Le plagiat, la participation au plagiat, la tentative de plagiat entraînent automatiquement l'attribution de la note **F** dans tous les cours suivis par l'étudiant durant le trimestre. L'École est libre d'imposer toute autre sanction jugée opportune, y compris l'exclusion.

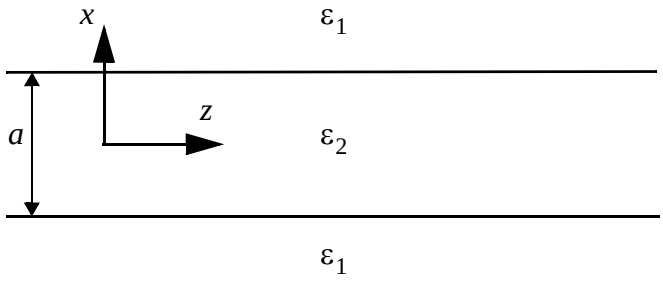
5 décembre 2007

École Polytechnique de Montréal
Département de Génie Électrique
ELE3500 Ondes électromagnétiques
Automne 2007, Examen final

On prendra $\mu = \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Henry/m **dans tous les milieux. La permittivité du vide est** $\varepsilon_0 \approx 8,85\times10^{-12}$ Farad/m**.**

Question 1. (5 points)

Un guide diélectrique est formé d'une plaque de 30 millimètres d'épaisseur en direction *x* et dimensions infinies en directions *y* et *z*. La plaque est immergée dans l'air. On a que



$\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$, $\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$, $\sigma_2 = \sigma_1 = 0$. On s'intéresse à la propagation dans la direction *z* et on suppose qu'il n'y a aucune variation des champs en direction *y*.

a. Donner l'expression de toutes les composantes des champs **E** et **H** pour le mode TM ayant la plus basse fréquence de coupure dans ce guide.

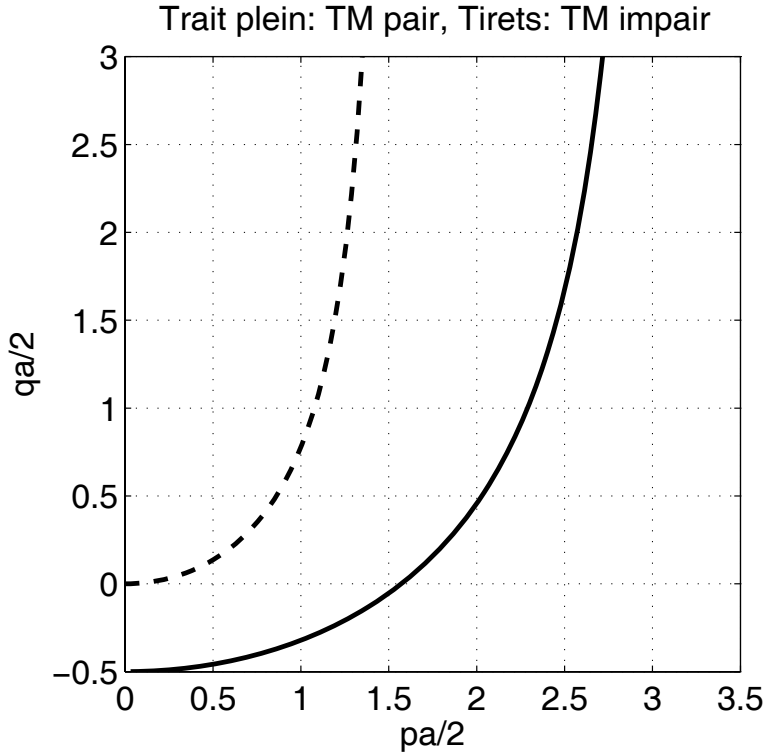
b. Combien de modes TM pourraient se propager dans ce guide à la fréquence de travail de 9.5 GHz?

c. Estimez la valeur numérique de la constante de propagation k_z du mode TM qui a la fréquence de coupure la plus basse si la fréquence de travail est fixée à 9.5 GHz.

d. Toujours pour le premier mode TM, développez les expressions qui permettraient de calculer la densité de puissance (en watts par mètre carré) s'écoulant en direction +*z* pour les cas suivants:

- dans la zone d'air au-dessus de la plaque, i.e. pour $x > \frac{a}{2}$;
- dans la plaque de diélectrique, i.e. pour $|x| \le \frac{a}{2}$.

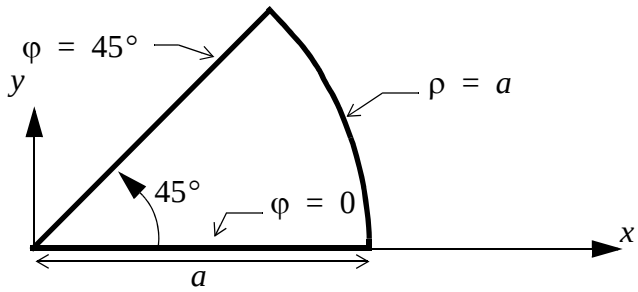
Vos expressions doivent permettre de calculer la densité de puissance en fonction de *x*.



Tracés des équations de dispersion des deux premiers modes TM dans un guide diélectrique plan.

Question 2. (5 points)

Un guide d'onde sectoriel-circulaire est montré en coupe transversale dans le plan *xy* ci-dessous. Le guide est rempli d'air.



Essentiellement, le guide est composé de deux plaques définies par $\varphi = 0°$ et $\varphi = 45°$ jointes par une partie de cylindre définie par $\rho = a$. Toutes les parties sont supposées faites de métal parfaitement conducteur.

a. Reproduisez le tableau suivant dans votre cahier d'examen et faites un "X" dans une case lorsqu'une composante de champ électrique doit être nulle, et ce pour les trois surfaces formant le guide. Dans le cas contraire, laissez la case vide.

Composantes à annuler	Surfaces du guide		
	$\varphi = 0°$	$\varphi = 45°$	$\rho = a$
E_ρ			
E_φ			
E_z			

b. En supposant que l'on puisse augmenter la fréquence autant qu'on le veuille, serait-il possible éventuellement que le mode TE_{11} du guide d'ondes circulaire puisse se propager dans ce guide? Justifier votre réponse en utilisant au besoin le tableau rempli en a).

c. Si on augmente graduellement la fréquence à partir de 0 Hz, quels sont les quatres premiers modes TE susceptibles de pouvoir se propager dans le guide? Pour chacun des quatres modes identifiés, donnez les indices *m* et *n*. Utilisez le tableau de la partie a) au besoin.

d. Donnez l'intervalle des valeurs possibles du rayon *a* qui permettraient au mode TM_{82} de se propager à la fréquence de 6 GHz. (NB: Ce mode est possible dans le guide.)

Question 3. (5 points)

À titre de jeune ingénieur RF (radiofréquence) dans une entreprise spécialisée dans la production de maïs éclaté (*pop corn*), on vous met en charge de concevoir un four micro-ondes industriel. Le four devra fonctionner à une fréquence de 2.45 GHz et il doit être alimenté à l'aide d'un guide d'onde rectangulaire.

a. Trouvez les dimensions *a* et *b* du guide en supposant que celui-ci doit être rempli d'air. On exige d'avoir $a = 2b$ et que la fréquence de travail soit égale à 1.5 fois la fréquence de coupure du mode fondamental.

b. À la fréquence d'opération de 2.45 GHz, combien de modes pourraient se propager dans ce guide?

c. Calculez la vitesse de phase et la longueur d'onde guidée du mode fondamental à 2.45 GHz.

d. En présentant l'ensemble de vos résultats au chef de l'ingénierie, celui-ci constate que la vitesse de phase que vous avez calculée est supérieure à la vitesse de la lumière, ce qui selon lui est contraire à la théorie de la relativité. Il vous propose donc d'écrire un article pour la revue *Nature* et affirme que le Prix Nobel de physique est à portée de mains. Que répondez-vous à cette personne?

e. À la réunion de revue intermédiaire du design, on vous apprend que les dimensions *a* et *b* du guide que vous avez conçu sont trop grandes et on vous demande de les réduire de 50%. Vous proposez de remplir le guide ainsi réduit d'un diélectrique. Quelle devrait être la permittivité du diélectrique si on veut que la fréquence de coupure du mode fondamental demeure inchangée?

Question 4. (5 points)

Une antenne (antenne #1) produit un champ lointain qui peut être décrit par l'équation suivante:

$$|E_\theta| = \frac{K}{r}\begin{cases} 0 & 0 \le \theta \le \dfrac{\pi}{3} \\ 1 & \dfrac{\pi}{3} < \theta < \dfrac{2\pi}{3} \\ 0 & \dfrac{2\pi}{3} \le \theta \le \pi \end{cases}$$

La fréquence d'opération est de 1 GHz et le milieu ambiant est l'air.

a. Dessinez le diagramme de rayonnement en coordonnées polaires dans les plans *xz* et *xy*.

b. Obtenez la valeur de la directivité dans la direction spécifiée par $\theta = \pi/2$ et $\varphi = 0$, ainsi que dans la direction spécifiée par $\theta = 0$ et $\varphi = 0$.

c. L'antenne #1 est branchée à une source fournissant 1 kilowatt. Une antenne réceptrice, l'antenne #2, est située à 10 km dans la direction $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$. Cette antenne réceptrice est un dipôle élémentaire et elle est orientée pour recevoir le maximum de puissance. Calculez la puissance reçue. On supposera que les deux antennes sont sans pertes (i.e. G = D).

d. Deux éléments identiques à l'antenne #1 sont utilisées en réseau. Ces éléments sont sur l'axe *z* et séparées d'une distance d'une longueur d'onde (λ). Ils sont excitées avec des sources d'amplitudes et de phases égales. Donnez les valeurs de θ correspondant aux maximums et aux minimums du facteur de réseau et faites une esquisse du facteur de réseau en coordonnées polaires dans un plan parallèle à l'axe *z* (e.g. plan *xz*).

Jean-Jacques Laurin, et Paul-André Barrière

ANNEXE

Zéros X_{mn}' de la dérivée $J_{mn}'(X_{mn}')$ (n = 1, 2, 3, …) de la fonction de Bessel $J_m(X)$
(Tiré de C. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley)

	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5
n= 1	3.8318	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4155
n= 2	7.0156	5.3315	6.7062	8.0153	9.2824	10.5199
n=3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
n=4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5859	15.9641	17.3129
n=5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7888	19.1960	20.5755

Zéros X_{mn} de la function de Bessel $J_m(X_{mn})$ (n = 1, 2, 3, ….). Tiré de C. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley.

	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5
n=1	2.4049	3.8318	5.1357	6.3802	7.5884	8.7715
n=2	5.5201	7.0156	8.4173	9.7610	11.0647	12.3386
n=3	8.6537	10.1735	11.6199	13.0152	14.3726	15.7002
n=4	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801
n=5	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178