DEVOIR #3, Automne 2011
À remettre le 7 décembre 2011, local M-5405/M-5407

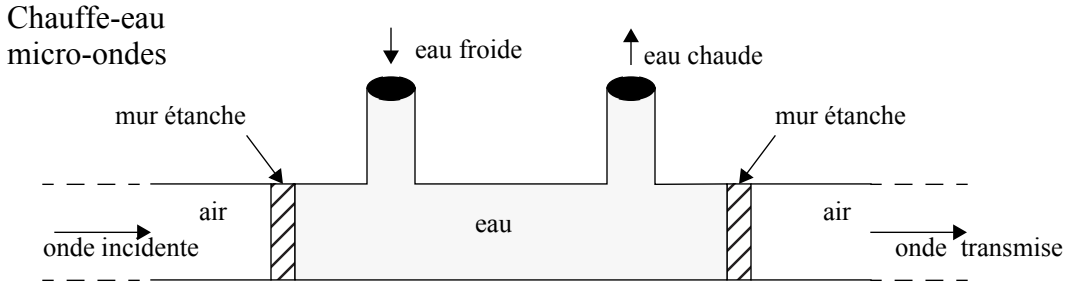
École Polytechnique de Montréal
Département de Génie Électrique
ELE3500 Ondes électromagnétiques
Automne 2010, Examen final

On prendra $\mu = \mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Henry/m **dans tous les milieux. La permittivité du vide est** $\varepsilon_0 \approx 8,85\times10^{-12}$ Farad/m**.**

Question 1. (5 points)

La figure ci-dessous illustre un concept de chauffe-eau à base de micro-ondes proposé par un étudiant dans un projet ELE3000. Il s'agit d'un guide rectangulaire. Aux deux extrémités, le guide est rempli d'air alors que la section centrale est remplie d'eau. Des murs étanches et transparents séparent les parties remplies d'air de la partie remplie d'eau. Deux tubes métalliques circulaires permettent de faire circuler l'eau dans le guide. Les paramètres suivants sont fixés:

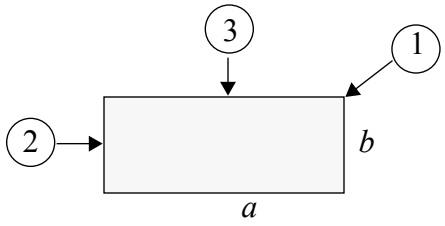
- fréquence d'opération de 2.45 GHz;
- rapport *b/a* entre la hauteur et la largeur du guide de 0.4.



a. Déterminez la largeur *a* du guide rectangulaire qui assure que la fréquence de travail est égale à 1.5 fois la fréquence de coupure du mode fondamental dans les sections du guide remplies d'air.

b. En supposant que l'eau est sans pertes et que sa permittivité relative est de 80, quelle devrait être le rayon des tuyaux d'entrée (eau froide) et de sortie (eau chaude) pour éviter que toute onde guidée puisse s'échapper du dispositif par ceux-ci?

c. Le guide rectangulaire rempli d'eau est montré en section à la figure suivante. Indiquez à quel endroit (identifié avec les numéros de 1 à 3) il serait préférable de perforer le guide pour installer les tuyaux servant à faire entrer et sortir l'eau. Justifiez votre réponse.



d. En faisant les hypothèses suivantes:

- seul le mode fondamental est excité dans la partie du guide d'onde rectangulaire remplie d'eau;
- l'eau a des pertes et sa permittivité relative est de $80 - j10$;
- les parois métalliques du guide peuvent être considérées comme parfaitement conductrices;
- les murs étanches sont très minces, de sorte que leur effet sur les ondes guidées dans la structure peut être négligé;
- on peut négliger les réflexions multiples entre les deux interfaces air-eau.

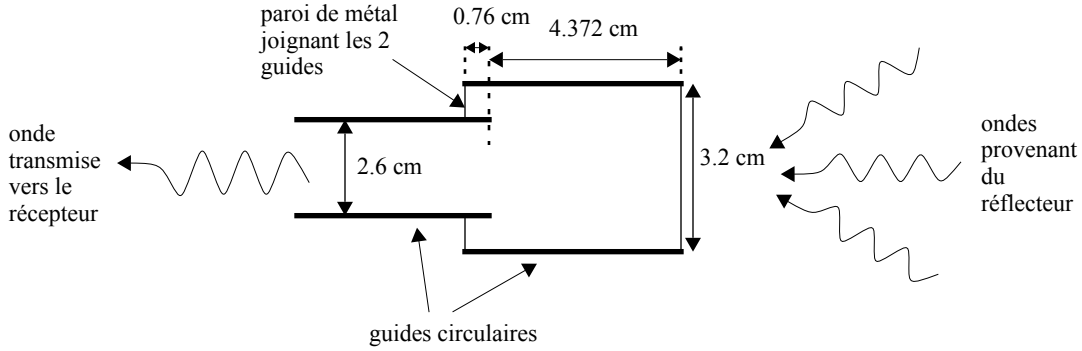
Déterminez la longueur de la section remplie d'eau qui fait en sorte que 95% de la puissance qui pénètre cette section soit absorbée avant d'atteindre la fin de cette section.

Question 2. (5 points)

Pour la réception de signaux de télévision par satellite, les antennes conçues à base de réflecteur parabolique sont couramment utilisées. En pratique, un réflecteur focalise les signaux vers une antenne de type cornet, tel qu'illustré ci-dessous.



On utilise typiquement un «cornet à mode dual». Dans sa version la plus simple, il s'agit de deux guides d'ondes circulaires de diamètres différents mis bout-à-bout et reliés par une paroi, tel que montré ci-dessous.



On considère un signal de télévision ayant une fréquence de 12 GHz incident sur le cornet.

a. Quels sont les modes qui pourraient être excités dans la section du guide ayant un diamètre de 3.2 cm?

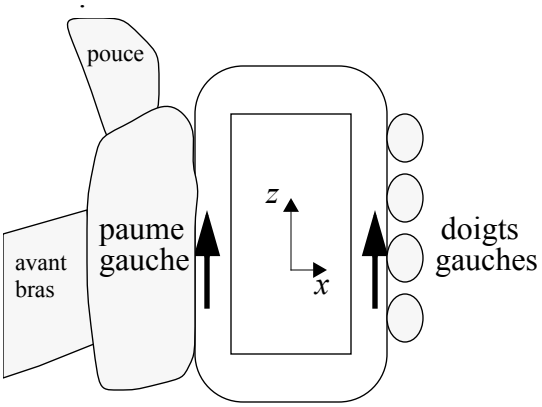
b. Le principe de fonctionnement de ce cornet mode dual est basé sur la propagation des modes TE_{11} et TM_{11} dans la section du guide de 3.2 cm de diamètre. À la fréquence de 12 GHz, quelle est la différence entre les déphasages subis par les deux modes sur la section de guide de 4.372 cm de longueur?

c. Quelle est la vitesse de l'enveloppe des signaux couplés au mode TE_{11} sur la section de 4.372 cm?

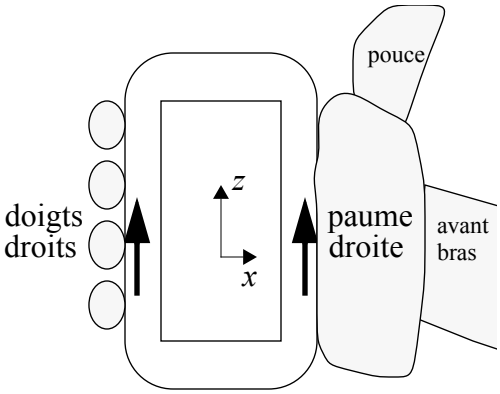
Question 3. (5 points)

Il est bien connu que le populaire iPhone 4 récemment commercialisé par Apple a un problème de conception au niveau de l'antenne de téléphonie cellulaire. Ce problème est particulièrement perçu lorsque le iPhone est tenu dans la main gauche.

On fait appel à vous pour régler ce problème. Vous proposez de concevoir un téléphone pour gauchers et un téléphone pour droitiers. Dans le premier cas, la paume de la main est appuyée sur le côté gauche du téléphone alors que les doigts sont à droite. Dans le modèle pour droitier c'est l'inverse (voir illustration suivante).



modèle pour gauchers



modèle pour droitiers

L'antenne envisagée est en fait un réseau de deux éléments de type dipôle élémentaire de 1cm de longueur. Les dipôles sont parallèles à l'axe z et sont situées respectivement à $x = 2.5\,\text{cm}$ et à $x = -2.5\,\text{cm}$, tel qu'illustré avec des flèches ci-dessus. La fréquence utilisée est de 1.9 GHz.

Les deux éléments sont alimentés avec des courants de même amplitude. La phase relative des courants est choisie pour que le téléphone ait un nul de rayonnement vers la paume de la main, i.e. en direction $-x$ dans la version pour gauchers et en direction $+x$ dans le modèle pour droitiers. Les questions qui suivent concernent le modèle pour gauchers seulement.

a. Quelle sera la phase relative des courants dans les éléments situés à $x = 2.5\,\text{cm}$ et $x = -2.5\,\text{cm}$? Pour ce calcul, supposez que les deux éléments rayonnent dans l'air, i.e. sans la présence de la main et du boîtier du téléphone.

b. Donnez l'expression *facteur de réseau* du modèle d'antenne pour gauchers. Adaptez l'expression obtenue aux cas particuliers des plans *xy*, *xz* et *yz*.

c. Tracez le *facteur d'antenne* dans le plan *yz* (modèle pour gauchers seulement).

d. L'amplitude des courants dans chaque élément est de 0.1 mA. Quelle est l'amplitude du champ électrique reçu à 200 mètres du téléphone sur l'axe $+x$ lorsque celui-ci transmet?

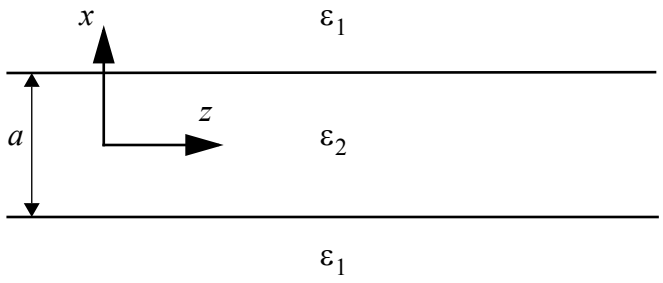
e. Une mesure révèle que l'antenne à deux éléments que vous avez conçue a un gain de 0 dB. Une station de base du réseau cellulaire transmet 20 watts avec un gain de 13 dB dans toute la zone de couverture. À quelle distance maximale peut-on s'éloigner de cette station si le circuit récepteur du téléphone nécessite une puissance minimum de 150 nanowatts (1 nanowatt = 10^{-9} watt)?

Question 4. (5 points)

Une plaque de verre entourée d'air a les propriétés suivantes:

- $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_0$, $\sigma = 0$, $\mu_r = 1$;

- épaisseur a de 10mm.



Des ondes guidées se propagent en direction z. On trouve expérimentalement que:

- la composante z du champ magnétique est nulle;
- la composante z du champ électrique est symétrique (i.e. symétrie paire) de part et d'autre du plan $z = 0$;
- dans la plaque de verre, les diverses composantes de champ observées varient par rapport à x selon $\sin 400x$ ou selon $\cos 400x$;
- les champs ne varient pas par rapport à la variable y.

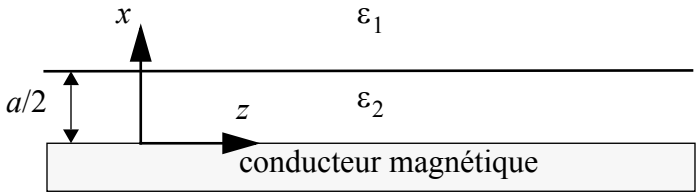
a. Identifiez le type de mode et donnez l'expression complète de toutes les composantes des champs **E** et **H** qui lui sont associés.

b. Quelle est la fréquence de travail?

c. Quelle est la longueur (λ_g) des ondes guidées dans la direction z?

d. On propose de supprimer la région de verre située sous le plan $x = 0$ et de conserver le verre dans la région $x > 0$. Une plaque d'un matériau conducteur magnétique récemment découvert est insérée dans la région $x < 0$. Par définition, un conducteur magnétique possède un champ magnétique tangentiel nul.

Est-ce que le mode identifié en a) pourrait se propager dans la nouvelle structure? Justifiez votre réponse.



ANNEXE

Zéros X_{mn}' de la dérivée $J_{mn}'(X_{mn}')$ (n = 1, 2, 3, …) de la fonction de Bessel $J_m(X)$
(Tiré de C. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley)

	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5
n= 1	3.8318	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4155
n= 2	7.0156	5.3315	6.7062	8.0153	9.2824	10.5199
n=3	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872
n=4	13.3237	11.7060	13.1704	14.5859	15.9641	17.3129
n=5	16.4706	14.8636	16.3475	17.7888	19.1960	20.5755

Zéros X_{mn} de la function de Bessel $J_m(X_{mn})$ (n = 1, 2, 3, ….). Tiré de C. Balanis, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley.

	m=0	m=1	m=2	m=3	m=4	m=5
n=1	2.4049	3.8318	5.1357	6.3802	7.5884	8.7715
n=2	5.5201	7.0156	8.4173	9.7610	11.0647	12.3386
n=3	8.6537	10.1735	11.6199	13.0152	14.3726	15.7002
n=4	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801
n=5	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178

Jean-Jacques Laurin, professeur