

ALGÈBRE LOGIQUE ET FONCTIONS LOGIQUES - CHAPITRE 2

**QUESTION 1 :** ( 6 points ) *Durée maximale recommandée 30 minutes*

Système de régulation de la température.

1.A) 8 plages  $\leadsto 2^x = 8 \quad 2^3 = 8 \rightarrow \checkmark$

Variables binaires du système : On nomme  $P_1, P_2, P_3$  les variables binaires qui vont servir à définir les 8 plages du problème.  $\checkmark$

Fonctions binaires du système : C, V, H et A sont les 4 fonctions binaires  $\checkmark$

Justification du choix des variables et des fonctions :

Fonctions : 2 états chacune : éteint (0), en fonction (1)  $\checkmark$

Variables : 8 à définir donc selon  $2^x$  où  $x =$  nombre de variables binaires pour fonction où on a  $2^x = 8$  éléments à considérer, on choisit  $2^3 = 8$  (8 plages), donc 3 variables que l'on nomme  $P_1, P_2, P_3$   $\checkmark$



1.C) Tableaux de Karnaugh et groupes :

$$2^3 = 8$$

2x4

$$= (P_2 \cdot \bar{P}_1) + (P_3 \cdot \bar{P}_1)$$

$$= (\bar{P}_2 \cdot P_1) + (P_1 \cdot \bar{P}_3) + (\bar{P}_1 \cdot P_2 \cdot P_3)$$

| C     |       |   |   |   |   |
|-------|-------|---|---|---|---|
|       | $P_2$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
|       | $P_1$ | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $P_3$ |       |   |   |   |   |
| 0     |       | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1     |       | 1 | 0 | 0 | 1 |

| V     |       |   |   |   |   |
|-------|-------|---|---|---|---|
|       | $P_2$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
|       | $P_1$ | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $P_3$ |       |   |   |   |   |
| 0     |       | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1     |       | 0 | 1 | 0 | 1 |

$$= (P_3 \cdot \bar{P}_2) + (\bar{P}_3 \cdot P_2 \cdot P_1)$$

$$= (P_1 \cdot P_2) + (\bar{P}_3 \cdot \bar{P}_1 \cdot \bar{P}_2)$$

| H     |       |   |   |   |   |
|-------|-------|---|---|---|---|
|       | $P_2$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
|       | $P_1$ | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $P_3$ |       |   |   |   |   |
| 0     |       | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1     |       | 1 | 1 | 0 | 0 |

| A     |       |   |   |   |   |
|-------|-------|---|---|---|---|
|       | $P_2$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
|       | $P_1$ | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $P_3$ |       |   |   |   |   |
| 0     |       | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1     |       | 0 | 0 | 1 | 0 |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |

\* voir page précédente

1.D) Équations logiques, les plus simplifiées possible, des fonctions du système, tirées des tableaux précédents, dans lesquels les groupes de « 1 » ont été représentés :

$$C = (P_2 \cdot \bar{P}_1) + (P_3 \cdot \bar{P}_1 \cdot \bar{P}_2)$$

$$= \bar{P}_1 \cdot (P_2 + P_3 \cdot \bar{P}_2) = \bar{P}_1 \cdot (P_2 \cdot P_3 + P_3 \cdot \bar{P}_2)$$

$$C = \bar{P}_1 \cdot P_3 \cdot P_2$$

$$V = (\bar{P}_3 \cdot P_1) + (P_3 \cdot \bar{P}_1 \cdot P_2) + (\bar{P}_1 \cdot P_3) \Rightarrow P_3 \cdot (P_1 \cdot \bar{P}_1 + P_2)$$

$$V = P_3 \cdot P_1 + P_3 \cdot P_2$$

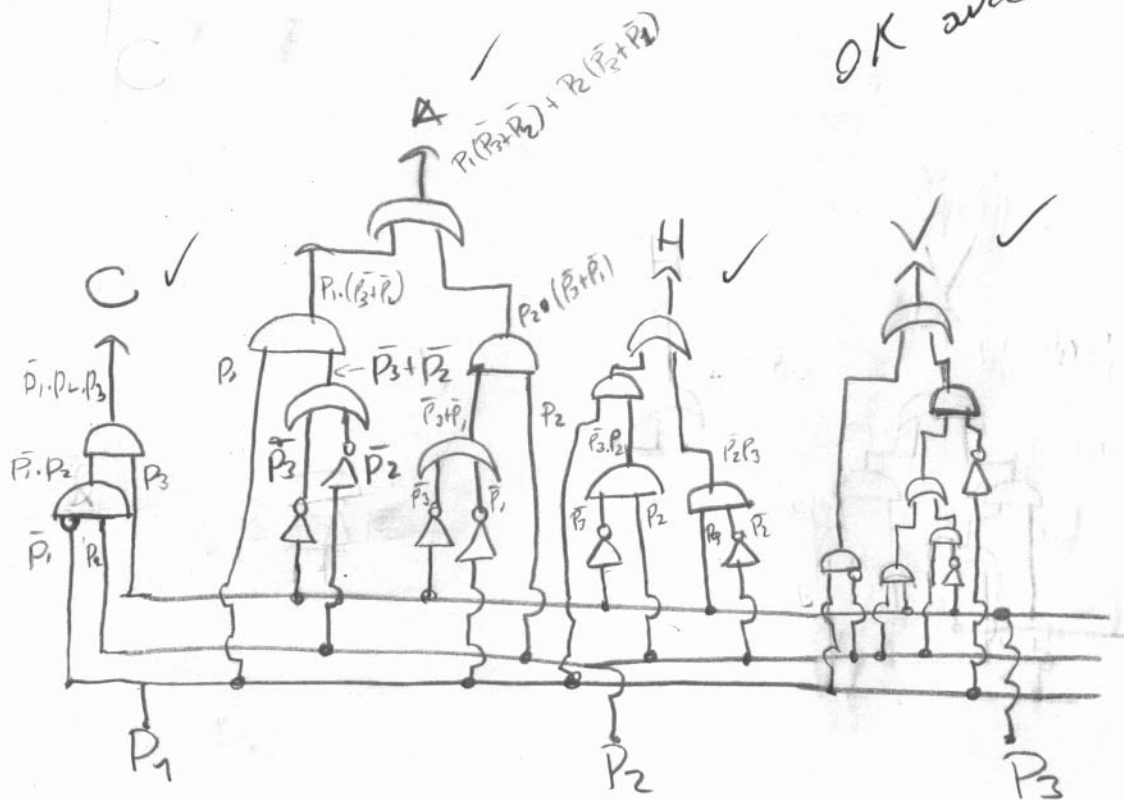
$$H = (P_3 \cdot \bar{P}_2 + \bar{P}_3 \cdot P_2 \cdot P_1)$$

(-975)

$$A = (P_1 \cdot P_2) + (\bar{P}_3 \cdot \bar{P}_1 \cdot \bar{P}_2) = P_1 \cdot P_2 + \bar{P}_3 \cdot \bar{P}_1 \cdot \bar{P}_2$$

$$A = P_1 \cdot (P_2 + \bar{P}_2) + P_2 \cdot (\bar{P}_3 + \bar{P}_3)$$

1.E) Logigrammes des fonctions du système en symbolisation électrique ou américaine :



5,25  
 /  
 6

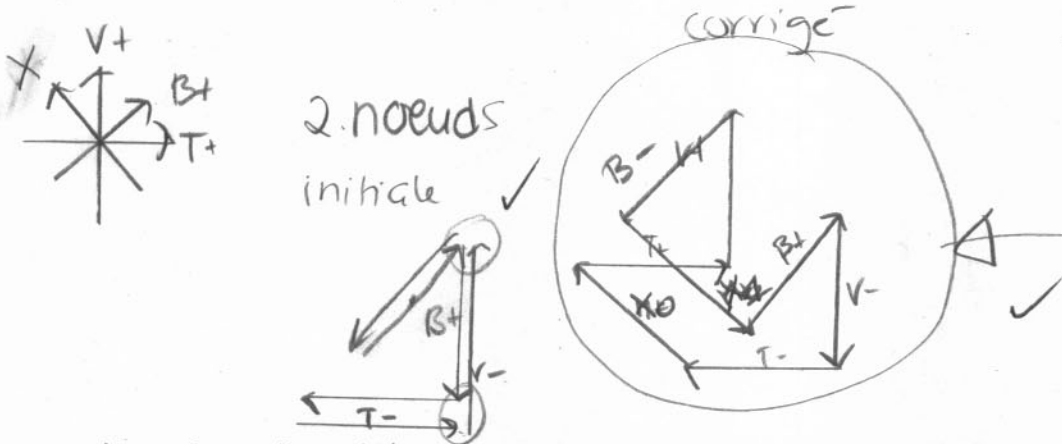
MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE EXACTE – CHAPITRE 3

**QUESTION 2** ( 7 points ) *Durée maximale recommandée 45 minutes*

Pont basculant.

$T^- T^+$      $V^- V^+$      $B^+ B^-$     initiale:  $V_0, b_0$   
 $b_0, t_0$      $v_1, v_0$      $b_0, b_1$      $m B^+, b_1, V^-, v_0, T^-, t_0, T^+, t_1, V^+, v_1, B^-, b_0$

2.A) Schéma vectoriel du cycle :



Le cycle est-il combinatoire ou séquentiel ? Justifiez votre réponse.

Le cycle est séquentiel, car il contient des mémoires pour ne plus avoir de noeud, donc initialement il avait des noeud ✓

Schéma vectoriel sans noeuds (si nécessaire).

Nouveau cycle  $B^+ V^- T^- X_1 T^+ V^+ B^- X_0$  ✓

init  $b_0, t_1, v_1$

$B + V - T - (X_1) + T + V + B - (X_2)$   $4 \times 16$

2.B) Tableau de Karnaugh du cycle (choisissez le tableau qui répond à vos besoins):

$2^6 = 64$

| CYCLE | $b_0$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|       |       | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
| Etape | $b_1$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| $t_0$ | $t_1$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  |
| $v_0$ | $v_1$ |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |
| 0     | 0     | X  | X  | XX | X  | 6  | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| 0     | 1     | X  | 2  | XX |    | 5  | XX | 3  | 4  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  |    |
| 1     | 1     | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1     | 0     | X  |    | XX |    | 7  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

| CYCLE | $b_0$ |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------|-------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|       |       | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |    |
| Etape | $b_1$ |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0 | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |    |
| $t_0$ | $t_1$ |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0 | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  |    |
| $v_0$ | $v_1$ |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|       |       | 0 | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |    |
| 0     | 0     | 0 | X  | X  | XX | X  | 6  | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| 0     | 0     | 1 | X  | 2  | XX | X  | 5  | XX | 3  | 4  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  | X  |
| 0     | 1     | 1 | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 0     | 1     | 0 | X  |    | XX |    | 7  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1     | 1     | 0 | X  |    | XX |    | 8  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1     | 1     | 1 | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1     | 0     | 1 | X  | 13 | XX |    | 10 | XX | 12 | 11 | XX | XX | XX | XX |    | XX | 14 |    |
| 1     | 0     | 0 | X  |    | XX |    | 9  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

\* 8 → 1. M.

2.C) Tableaux de Karnaugh des fonctions commandées par la partie commande du pont à bascule (choisissez les tableaux qui répondent à vos besoins) :

| B     | $b_0$ | 0     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |    |
|-------|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|       | $b_1$ | 0     | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |    |
| $t_0$ | $t_1$ | $v_0$ | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  |
|       |       | $v_1$ | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |
| 0     | 0     | X     | X  | XX | X  |    | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |    |
| 0     | 1     | X     | X  | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |    |
| 1     | 1     | XX    | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1     | 0     | X     |    | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |    |

| B                           | $b_0$                       | 0     | 0     | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
|-----------------------------|-----------------------------|-------|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|                             | $b_1$                       | 0     | 0     | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  |
| <del><math>t_0</math></del> | <del><math>t_0</math></del> | $t_1$ | $v_0$ | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  |
|                             |                             |       | $v_1$ | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  |
| <del>0</del>                | <del>0</del>                | 0     | X     | X  | XX | X  |    | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| <del>0</del>                | <del>0</del>                | 1     | X     | X  | XX | X  |    | XX | 1  | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  | X  |
| <del>0</del>                | <del>1</del>                | 1     | XX    | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| <del>0</del>                | <del>1</del>                | 0     | X     | *  | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| <del>1</del>                | <del>1</del>                | 0     | X     | *  | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| <del>1</del>                | <del>1</del>                | 1     | XX    | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| <del>1</del>                | <del>0</del>                | 1     | X     | 0  | XX |    |    | XX | 0  | 1  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 0  |    |
| <del>1</del>                | <del>0</del>                | 0     | X     |    | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

$B^- = \bar{b}_0 \cdot \bar{v}_0 \cdot \bar{t}_0 \cdot t_1 \cdot v_1$   
 $B^+ = v_1 \cdot \bar{v}_0 \cdot b_1 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot \bar{b}_0$

$B^- = v_1 \cdot \bar{v}_0 \cdot \bar{t}_0 \cdot t_1 \cdot v_1$

| V | b <sub>0</sub> | 0              | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |
|---|----------------|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   | b <sub>1</sub> | 0              | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |
|   | v <sub>0</sub> | 0              | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  |
|   | v <sub>1</sub> | 0              | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |
|   | t <sub>0</sub> | t <sub>1</sub> |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 0 | 0              | X              | X  | XX | X  |    | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| 0 | 1              | X              |    | XX |    | ○  | XX | ○  | ○  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1 | 1              | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1 | 0              | X              |    | XX |    |    | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

| V | b <sub>0</sub> | 0              | 0              | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |    |
|---|----------------|----------------|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   | b <sub>1</sub> | 0              | 0              | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |    |
|   | v <sub>0</sub> | 0              | 0              | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  |    |
|   | v <sub>1</sub> | 0              | 1              | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  |    |
| M | t <sub>0</sub> | t <sub>0</sub> | t <sub>1</sub> |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 0 | 0              | 0              | X              | X  | XX | X  | ○  | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| 0 | 0              | 1              | X              | ✗  | XX | X  | ○  | XX | ○  | ○  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  | X  |
| 0 | 1              | 1              | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 0 | 1              | 0              | X              |    | XX |    | ○  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1 | 1              | 0              | X              |    | XX |    | ○  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1 | 1              | 1              | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1 | 0              | 1              | X              | -1 | XX |    | 1  | XX | 1  | 1  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  |    |
| 1 | 0              | 0              | X              |    | XX |    | ○  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

$$V^- = \bar{v}_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot \bar{x}$$

$$V^+ = \bar{v}_1 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot \bar{x}$$

| T              | b <sub>0</sub> | 0              | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |   |
|----------------|----------------|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
|                | b <sub>1</sub> | 0              | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |   |
| t <sub>0</sub> | t <sub>1</sub> | v <sub>0</sub> | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0 |
|                |                | v <sub>1</sub> | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1 |
| 0              | 0              | X              | X  | XX | X  | 0  | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |   |
| 0              | 1              | X              |    | XX |    | 0  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |   |
| 1              | 1              | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |   |
| 1              | 0              | X              |    | XX |    | 0  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |   |

| T | b <sub>0</sub> | 0              | 0              | 0              | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  |    |    |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|   | b <sub>1</sub> | 0              | 0              | 0              | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  |    |    |
| M | t <sub>0</sub> | t <sub>1</sub> | t <sub>1</sub> | v <sub>0</sub> | 0  | 0  | 1  | 1  | 1  | 1  | 0  | 0  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  |    |
|   |                |                |                | v <sub>1</sub> | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  | 0  | 0  | 1  | 1  |
| 0 | 0              | 0              |                | X              | X  | XX | X  | 0  | XX |    | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX |    | X  |
| 0 | 0              | 1              |                | X              | X  | XX | X  | 0  | XX | 1  | X  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  | X  |
| 0 | 1              | 1              |                | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 0 | 1              | 0              |                | X              |    | XX |    | 0  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1 | 1              | 0              |                | X              |    | XX |    | 1  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |
| 1 | 1              | 1              |                | XX             | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX | XX |
| 1 | 0              | 1              |                | X              | 1  | XX |    | 1  | XX | 1  | 1  | XX | XX | XX | XX |    | XX | 1  |    |
| 1 | 0              | 0              |                | X              |    | XX |    | 1  | XX |    |    | XX | XX | XX | XX |    | XX |    |    |

$$T^- = \bar{v}_1 \cdot \bar{v}_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot \bar{t}_0 \cdot \bar{t}_1$$

$$T^+ = \bar{v}_1 \cdot v_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot \bar{t}_1 \cdot \bar{t}_0$$

2.D) Équations logiques simplifiées des fonctions que doit commander la partie commande de la machine étudiée, pour faire bouger correctement les actionneurs **B**, **V** et **T** du pont à bascule. Utiliser le **moins de composants possible** pour chacune des équations.

Équations

$$B \Rightarrow B^- = \bar{b}_0 \cdot \bar{v}_0 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot t_1 \cdot v_1 \quad \checkmark$$

$$B^+ = v_1 \cdot v_0 \cdot \bar{b}_1 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot x_0 \cdot m \quad \checkmark$$

$$V \Rightarrow V^- = \bar{v}_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot x_0 \quad \checkmark$$

$$V^+ = \bar{v}_1 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot t_1 \cdot \bar{t}_0 \cdot x_1 \quad \checkmark$$

$$T \Rightarrow T^- = \bar{v}_1 \cdot v_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot \bar{t}_0 \cdot x_0 \quad \checkmark$$

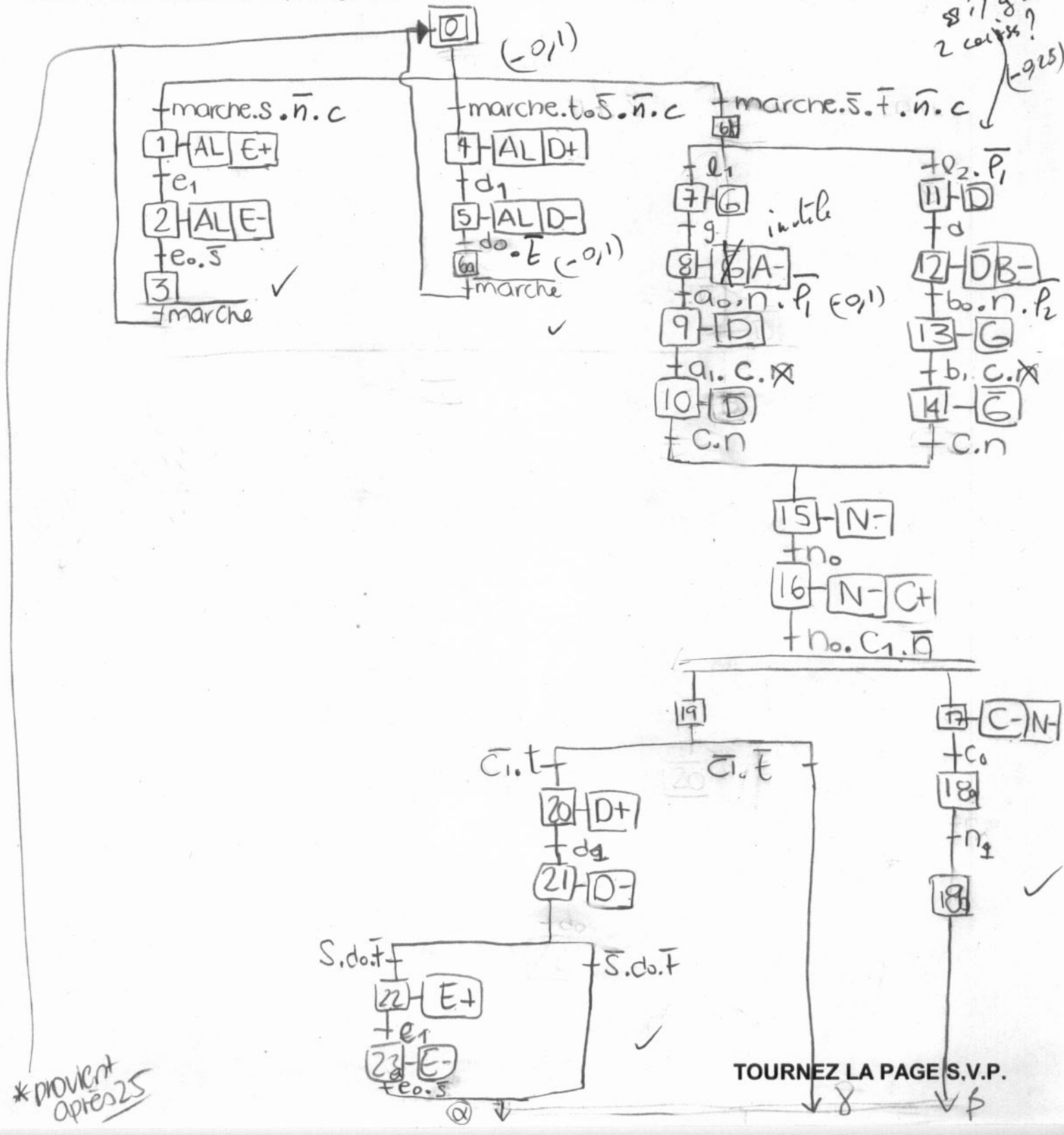
$$T^+ = \bar{v}_1 \cdot v_0 \cdot b_1 \cdot \bar{b}_0 \cdot \bar{t}_1 \cdot x_1 \cdot d \quad \checkmark$$

7/7

LE GRAFCET – CHAPITRE 4

**QUESTION 3 :** (7 points) *Durée maximale recommandée 45 minutes*

GRAFCET de niveau 2, du pilotage de la machine de transbordement de caisses pour palettisation.



\*proviert après 25



