

NOM (en majuscules):

**CORRIGÉ**

PRÉNOM : \_\_\_\_\_

SIGNATURE : \_\_\_\_\_

MATRICULE : \_\_\_\_\_

SECTION :

## COURS ING1035 - MATÉRIAUX

Contrôle N° 1

du 17 février 2004

de 8h45 à 10h20

### FORMULAIRE DE RÉPONSES

- NOTES :
- ◆ Aucune documentation permise.
  - ◆ Calculatrices non programmables autorisées.
  - ◆ Les nombres en marge de droite indiquent le nombre de points accordés à la question. Le total est de **25** points.
  - ◆ **Pour les questions nécessitant des calculs, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
  - ◆ **Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs**
  - ◆ Le questionnaire comprend **7** pages, incluant les annexes (si mentionnés) et le formulaire général.
  - ◆ Le formulaire de réponses comprend **6** pages.
  - ◆ Vérifiez le nombre de pages de votre questionnaire et de votre formulaire de réponse.

**1. EXERCICE n° 1**

**1.a) Grandeurs U et d.**

| Grandeur | Caractéristique                                |
|----------|--|
| U        | <b>Énergie interne U d'un système d'atomes</b> |
| d        | <b>Distance « d » entre les atomes</b>         |

(1 pt)

**1.b) Classement des matériaux selon leur propriété (ordre décroissant).**

| Propriété                          |                 |                  |                  |
|------------------------------------|-----------------|------------------|------------------|
|                                    | 1 <sup>er</sup> | 2 <sup>ème</sup> | 3 <sup>ème</sup> |
| Température de vaporisation        | <b>B</b>        | <b>A</b>         | <b>C</b>         |
| Module d'Young                     | <b>B</b>        | <b>A</b>         | <b>C</b>         |
| Distance interatomique d'équilibre | <b>C</b>        | <b>A</b>         | <b>B</b>         |
| Coefficient de dilatation linéique | <b>C</b>        | <b>A</b>         | <b>B</b>         |

(4 pts)

**2. Exercice n° 2**

**2.a) Module d'Young E de l'inox 316 .**

Justification :

Pente de la droite élastique :  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/S_0}{\Delta L/L_0}$

(voir figure en annexe)

**E = 195 GPa**

(1 pt)

**2.b) Limite proportionnelle d'élasticité R<sub>e</sub> de l'inox 316.**

Justification :

Contrainte pour laquelle il y a déviation à la loi de Hooke (écart à la droite élastique (voir figure en annexe).

Correspond à une force F<sub>e</sub> égale à 44 kN, donc à une contrainte égale à;

$$R_e = \frac{4F_e}{\pi D^2}$$

**R<sub>e</sub> = 250 MPa**

(1 pt)

**2.c) Limite conventionnelle d'élasticité R<sub>e0,2</sub> de l'inox 316.**

Justification :

Contrainte définie par l'intersection de la courbe de traction et d'une droite parallèle à la droite élastique et passant par le point à 0,2% de déformation (voir figure en annexe).

Correspond à une force F<sub>e0,2</sub> égale à 51 kN, donc à une contrainte égale à;

$$R_{e0,2} = \frac{4F_{e0,2}}{\pi D^2}$$

**R<sub>e0,2</sub> = 295 MPa**

(1 pt)

**2.d) Résistance à la traction  $R_m$  de l'inox 316.**

Justification :

Contrainte nominale maximale atteinte au cours de l'essai de traction (voir figure en annexe). Ordonnée du point le plus élevé de la courbe de traction.

Correspond à une force  $F_m$  égale à 88 kN, donc à une contrainte égale à;

$$R_m = \frac{4F_m}{\pi D^2}$$

$R_m = 500$  MPa (1 pt)

**2.e) Déformation totale  $\epsilon_t$  (en %) juste avant rupture.**

Justification :

Déformation totale  $\epsilon_t$  (élastique  $\epsilon_{el}$  + plastique  $\epsilon_{pl}$ ) atteinte juste avant la rupture.  
Abscisse du dernier point de la courbe de traction (voir figure en annexe)

$\epsilon_t = 38$  (%) (1 pt)

**2.f) Allongement final  $A$  (en %) après rupture.**

Justification :

Déformation plastique permanente  $A$  après la rupture.

$A = (\epsilon_t - \epsilon_{el})$ , où  $\epsilon_{el}$  est le retour élastique après rupture. Si  $R_f$  est la contrainte finale à la rupture,  $\epsilon_{el} = R_f/E$  (voir figure en annexe)

$A = 37,78$  (%) (1 pt)

**2.g) Énergie élastique libérée par unité de volume de matériau (en  $MJ/m^3$ ) à l'instant de la rupture.**

Justification :

$$W_{el} = \frac{1}{2}\sigma\epsilon = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{R_f^2}{2E}$$

où  $R_f$  est la contrainte finale à la rupture correspondant au dernier point de la courbe de traction (voir figure en annexe)

$W = 0,476$   $MJ/m^3$  (1 pt)

**2.h) Coefficient de Poisson  $\nu$  de l'inox 316.**

Justification :

Par définition, le coefficient de Poisson est égal à :

$$\nu = -\epsilon_d/\epsilon_l$$

où  $\epsilon_d$  est la déformation élastique diamétrale (contraction) et  $\epsilon_l$  est la déformation élastique longitudinale (élongation).

$\epsilon_d = \Delta D/D_0$  ;  $\epsilon_l = \Delta L/L_0$  pour la valeur de  $F = 40$  kN appliquée à l'éprouvette

Ici,  $\Delta D = -0,005$  mm ;  $\Delta L = 0,175$  mm

$\nu = 0,285$  (1 pt)

**3. Exercice n° 3**

**3.a) Système cristallin de l'étain  $\beta$ .**

Justification :

$a = b \neq c$  et  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$

C'est donc le système **quadratique**

**Système : Quadratique**

(½ pt)

**3.b) Réseau de Bravais de l'étain  $\beta$**

Justification :

La maille possède un nœud supplémentaire en son centre.

C'est donc le réseau de Bravais **Quadratique centré**

**Réseau : Quadratique centré**

(½ pt)

**3.c) Masse volumique théorique  $\rho$  (en  $\text{g/cm}^3$ ) de l'étain  $\beta$**

Justification :

Nombre d'atomes appartenant en propre à la maille:  $(8 \cdot 1/8) + 1 = 2$

Masse de ces atomes :  $m_{\text{at}} = 2 \cdot A / N_A$ ,

$A$  est la masse atomique de l'étain ( $A = 118,7 \text{ g/mole}$ ) et  $N_A$  est le nombre d'Avogadro.

Volume de la maille :  $V = a \cdot a \cdot c = ca^2$

Masse volumique théorique :  $\rho = m_{\text{at}}/V$

**$\rho = 6,68 \text{ g/cm}^3$**

(1 pt)

**3.d) Densité linéique d'atomes (en  $\text{at/nm}$ ) selon la direction  $[\bar{1} \bar{1} 1]$  de l'étain  $\beta$**

Justification :

La direction  $[\bar{1} \bar{1} 1]$  est une des grandes diagonales de la maille (voir figure en annexe).

La longueur  $l$  de cette diagonale est égale à :  $l = \sqrt{2a^2 + c^2}$ .

Il y a **2 atomes en propre** appartenant à ce segment (1 au centre du segment et 1 à chacune des 2 extrémités de ce segment)

**2,715 at/nm**

(1 pt)

**3.e) Densité surfacique (en at/nm<sup>2</sup>) d'atomes dans les plans (101) et (1 $\bar{1}$ 0).**

Justification :

Voir la figure en annexe pour la position des plans (101) et (1 $\bar{1}$ 0) dans la maille.

Plan (101) :

Surface de la maille plane  $S = a\sqrt{a^2 + c^2} = 0,2114 \text{ nm}^2$

Il y a **2 atomes en propre** appartenant à cette surface de référence

Plan (1 $\bar{1}$ 0) :

Surface de la maille plane  $S = ca\sqrt{2} = 0,2624 \text{ nm}^2$

Il y a **2 atomes en propre** appartenant à cette surface de référence

|                   |              |                          |        |
|-------------------|--------------|--------------------------|--------|
| (101) =           | <b>9,462</b> | <b>at/nm<sup>2</sup></b> | (1 pt) |
| (1 $\bar{1}$ 0) = | <b>7,622</b> | <b>at/nm<sup>2</sup></b> |        |

**3.f) Systèmes de glissement cristallographique de l'étain  $\beta$**

Justification :

Le glissement cristallographique se produit dans les plans de plus forte densité atomique et selon les directions de plus grande densité atomique situées dans ces plans. Par conséquent, le glissement aura lieu dans les plans appartenant à la famille {101} qui sont les plus denses (voir question précédente). Il existe 4 plans particuliers appartenant à cette famille (voir figure en annexe).

Dans ces plans, les directions de plus forte densité atomique sont les grandes diagonales de la maille, partant de la face carrée inférieure et allant à la face carrée supérieure. Elles ont pour indices  $\langle 111 \rangle$ .

Chaque plan particulier contient deux de ces diagonales.

Il existe donc 8 directions particulières de glissement

|            |                         |         |
|------------|-------------------------|---------|
| Systèmes = | <b>{101}&lt;111&gt;</b> | (2 pts) |
|------------|-------------------------|---------|

**4. Exercice n° 4**

**4.a) Facteur de concentration de contrainte associé au congé**

Justification :

Pour la géométrie donnée, on obtient :  $h = (D - d)/2 = 32/2 = 16 \text{ mm} \rightarrow h/r = 16/4 = 4$   
 $r/d = 4/40 = 0,1$

Grâce à l'abaque donné, on obtient une valeur de  $K_t$  égale à **1,95** (voir figure en annexe)

|         |             |        |
|---------|-------------|--------|
| $K_t =$ | <b>1,95</b> | (1 pt) |
|---------|-------------|--------|

**4.b) Contrainte locale dans le congé**

Justification :

La contrainte nominale  $\sigma_{nom}$  est égale à :  $\sigma_{nom} = 4F/\pi d^2 = 183 \text{ MPa}$

La contrainte locale  $\sigma_{loc}$  dans le congé est donc égale à :  $\sigma_{loc} = K_t \sigma_{nom} = 356,9 \text{ MPa}$

|                  |            |            |        |
|------------------|------------|------------|--------|
| $\sigma_{loc} =$ | <b>357</b> | <b>MPa</b> | (1 pt) |
|------------------|------------|------------|--------|

**4.c) Risque de rupture brutale (apparement fragile) de l'axe soumis à la force F**

Répondez par **OUI** ou **NON** dans la case réponse  
 Justifiez complètement et quantitativement votre choix :

Le facteur d'intensité de contrainte  $K$ , associé à la petite fissure qui est plongée dans la zone de concentration de contrainte, est égal à :

$$K = \alpha \sigma_{loc} \sqrt{\pi a} = 1,15 * 357 * (\pi * 0,04)^{1/2} = 46 \text{ MPa.m}^{1/2}$$

On constate que la valeur de  $K$  est supérieure à la ténacité du matériau, caractérisée par le facteur critique d'intensité de contrainte  $K_{IC}$  égal à  $38 \text{ MPa.m}^{1/2}$ .

Par conséquent, sous l'effet de la force de traction de 230 kN, **il y aura rupture brutale (apparement fragile) de l'axe**, même si tous les éléments de volume de cet axe ne sont soumis qu'à des contraintes élastique ( $\sigma_{loc}$  est inférieure à  $R_{e0,2}$ ).

Un autre façon de répondre à la question est de calculer la valeur critique  $\sigma^*$  de la contrainte qui entraîne la rupture brutale du matériau. Cette contrainte critique est égale à :

$$\sigma^* = K_{IC} / (\alpha \sqrt{\pi a})$$

On constatera alors que  $\sigma^* < \sigma_{loc}$

|            |
|------------|
| <b>OUI</b> |
|------------|

(3 pts)

**4.d) Rayon de courbure pour éviter la rupture brutale (apparement fragile) de l'axe**

Si vous avez répondu **NON** à la question 4c), inscrivez **SO** dans la case et passez à la question suivante  
 Si vous avez répondu **OUI**, justifiez quantitativement votre réponse :

La valeur de la contrainte critique  $\sigma^*$  qui entraîne la rupture brutale du matériau est égale à :

$$\sigma^* = K_{IC} / (\alpha \sqrt{\pi a}) = \sigma_{loc} = 294,8 \text{ MPa}$$

La valeur maximale du facteur de concentration de contrainte devra donc être égale à :

$$K_t = \sigma_{loc} / \sigma_{nom} = 294,8 / 185 = 1.61$$

Pour obtenir une telle valeur, il faut augmenter le rayon de courbure  $r$  du congé, donc augmenter le rapport  $r/d$ , ce qui diminue aussi le rapport  $h/r$ . Par interpolation linéaire entre les courbes  $h/r = 4$  et  $h/r = 2$  de l'abaque, on obtient ainsi une valeur de  $r/d = 0,15$  donc une valeur de  $r$  égale à 6 mm.

|             |          |      |
|-------------|----------|------|
| $r_{min} =$ | <b>6</b> | $mm$ |
|-------------|----------|------|

(1 pt)

**4.e) Raison pour laquelle l'axe ne se rompt pas brutalement.**

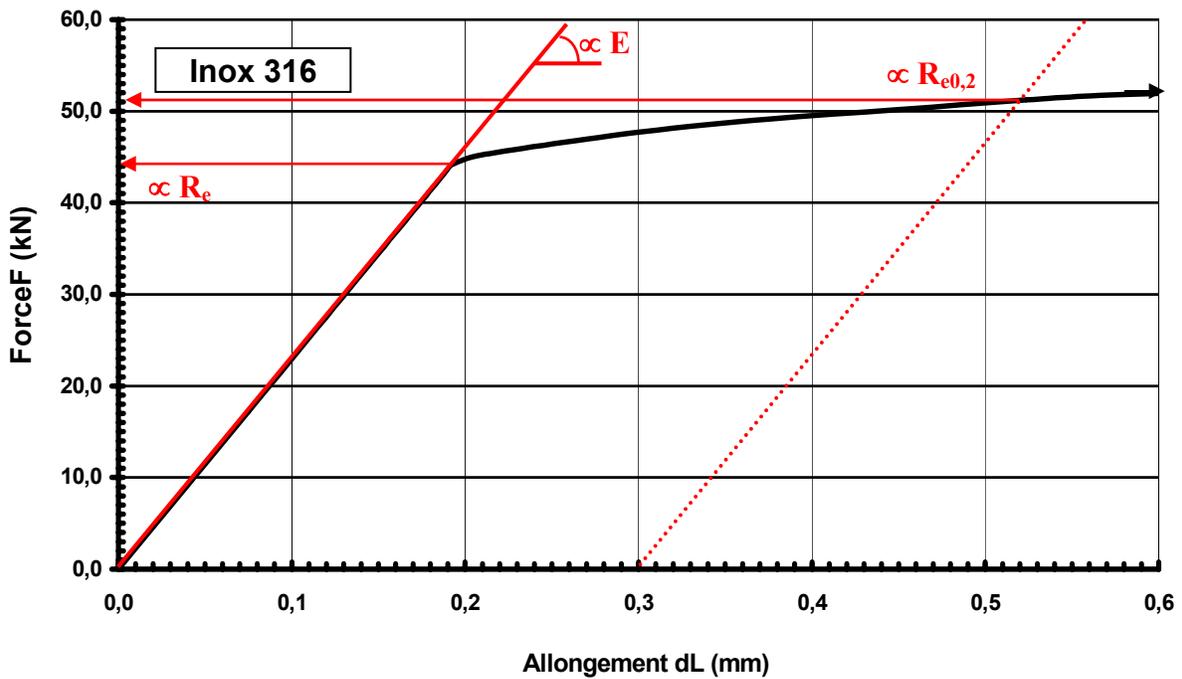
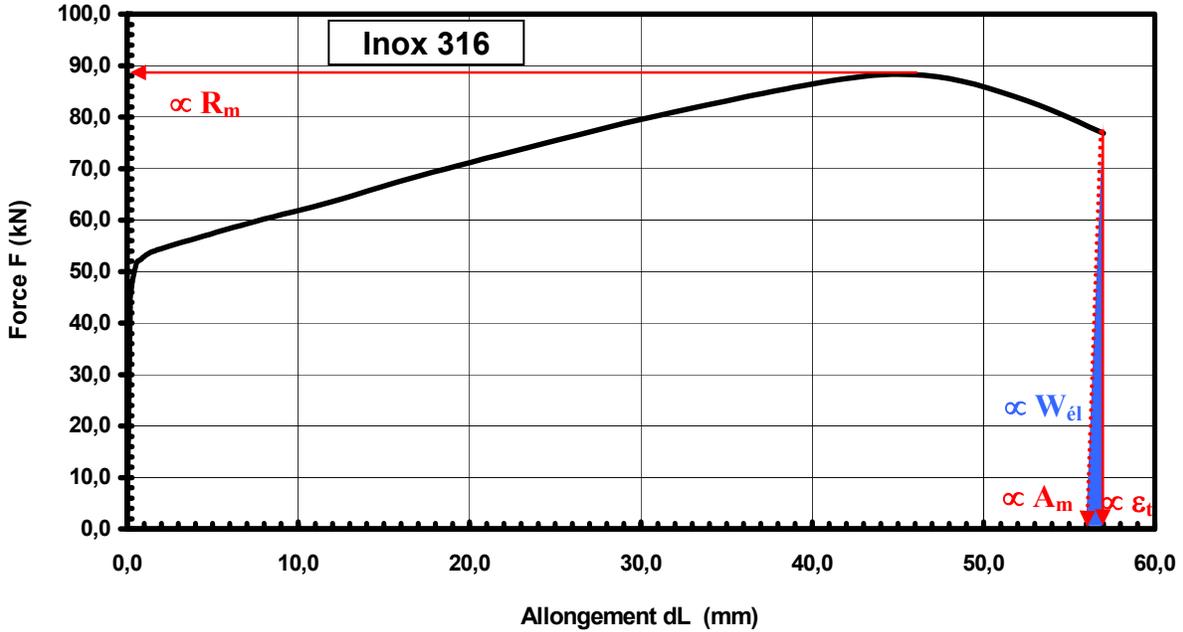
Si vous avez répondu **NON** à la question 4c), justifiez votre réponse en cochant la case appropriée.

|   |  |        |
|---|--|--------|
| A | Puisque la contrainte nominale appliquée est inférieure à la limite d'élasticité du matériau, il ne peut y avoir rupture parce que l'ensemble de l'axe est en état de déformation purement élastique                   |        |
| B | L'ensemble de l'axe est en état de déformation purement élastique, à l'exception de la région du congé, qui est déformée plastiquement car la contrainte locale y est supérieure à la limite d'élasticité du matériau. | (1 pt) |
| C | Le facteur d'intensité de contrainte $K$ , associé à la fissure, est inférieur au facteur critique d'intensité de contrainte $K_{IC}$ du matériau.   |        |
| D | Aucune de ces affirmations.  |        |

**ANNEXES**

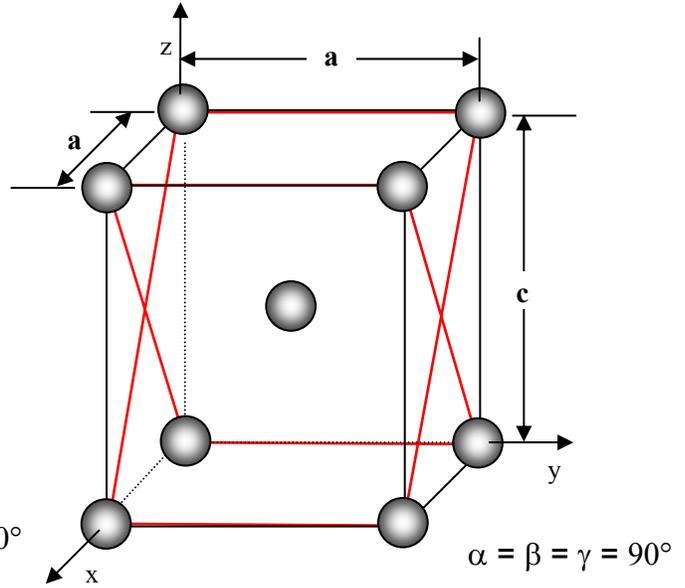
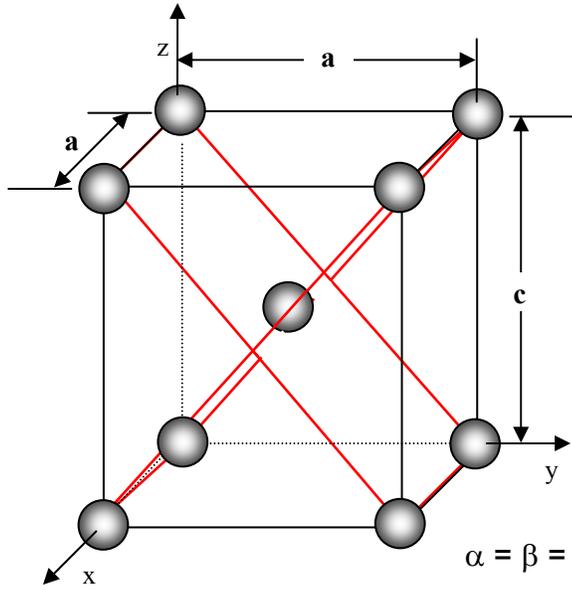
Exercice n° 2 : Courbe brute de traction  $F = f(\Delta L)$  de l'acier inoxydable 316

NB : Les forces et les allongements absolus correspondant aux flèches doivent être convertis en contraintes nominales ( $\sigma = F/S_0$ ) et en déformation nominale ( $\varepsilon = \Delta L/L_0$ )

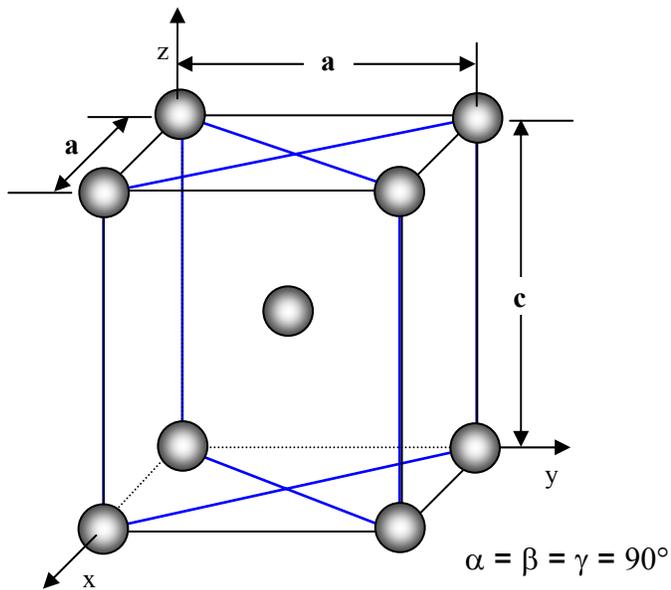


**ANNEXES**  
Exercice n° 3

Famille **{101}**



Famille **{110}**



**ANNEXES**

**Exercice n° 4**

**Facteur de concentration de contrainte associé à un congé de raccordement**

