

Question no.1: (6 points)

Considérer le système en boucle fermée représenté à la figure ci-dessous. La fonction de transfert $G_{\text{auto}}(s)$ représente le modèle linéarisé d'une automobile se déplaçant sur une autoroute à 50 km/heure. Cette fonction de transfert s'écrit :

$$G_{\text{auto}}(s) = \frac{7.7 (s^2 + 4.8 s + 36)}{s^2 (s + 4.44) (s+5)}$$

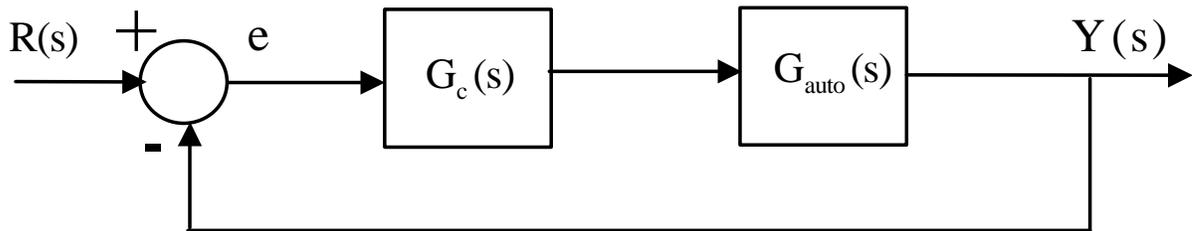


Figure no. 1

Une entrée $R(s)$ de type échelon représente une consigne de changement de voie que doit exécuter le conducteur. La fonction $G_c(s)$ modélise le comportement du conducteur.

i) En supposant que le conducteur se comporte comme un compensateur de type proportionnel ($G_c(s) = 1$), le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $G(s) G_{\text{auto}}(s)$ est donné à la figure 2. À partir de ce diagramme, analyser la stabilité du système en boucle fermée en appliquant le critère de Nyquist. Indiquer le contour de Nyquist et tracer le diagramme de Nyquist. Quel serait la marge de phase du système?

ii) Supposons que le conducteur puisse être représenté par un compensateur à avance de phase soit :

$$G_c(s) = \frac{K}{a} \frac{(1 + ats)}{(1 + ts)}; \quad \text{avec } a = 8; \quad K = 48; \quad t = 0.088$$

Expliquer dans vos propres termes la fonction de ce contrôleur. Esquisser sa réponse en fréquence.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $G_c(s) G_{\text{auto}}(s)$ est donné à la figure 3. Le système est-il stable en boucle fermée? Donner la marge de gain et la marge de phase du système.

iii) Pour obtenir un modèle plus réaliste du conducteur, il faudrait tenir compte d'un retard (temps de réaction) de l'ordre de 0.15 seconde. Comment le diagramme de Bode de la figure 3 serait-il modifié par la présence de ce retard? Modifier ce diagramme pour tenir compte du retard en re-calculant quelques points. La stabilité du système est-elle affectée? Quel serait le retard maximum acceptable avant que le système devienne instable? Discuter.

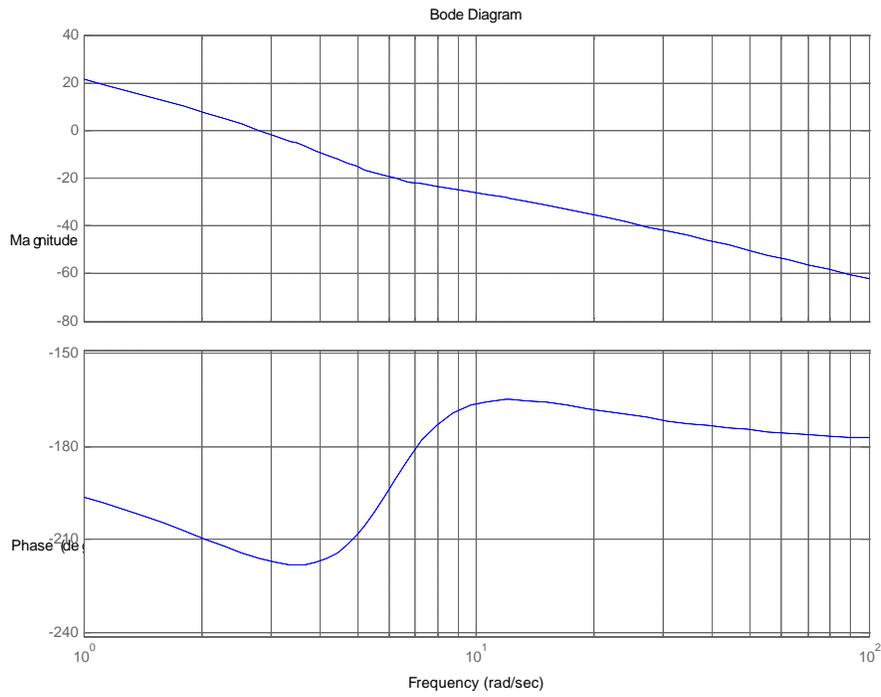


Figure no.2

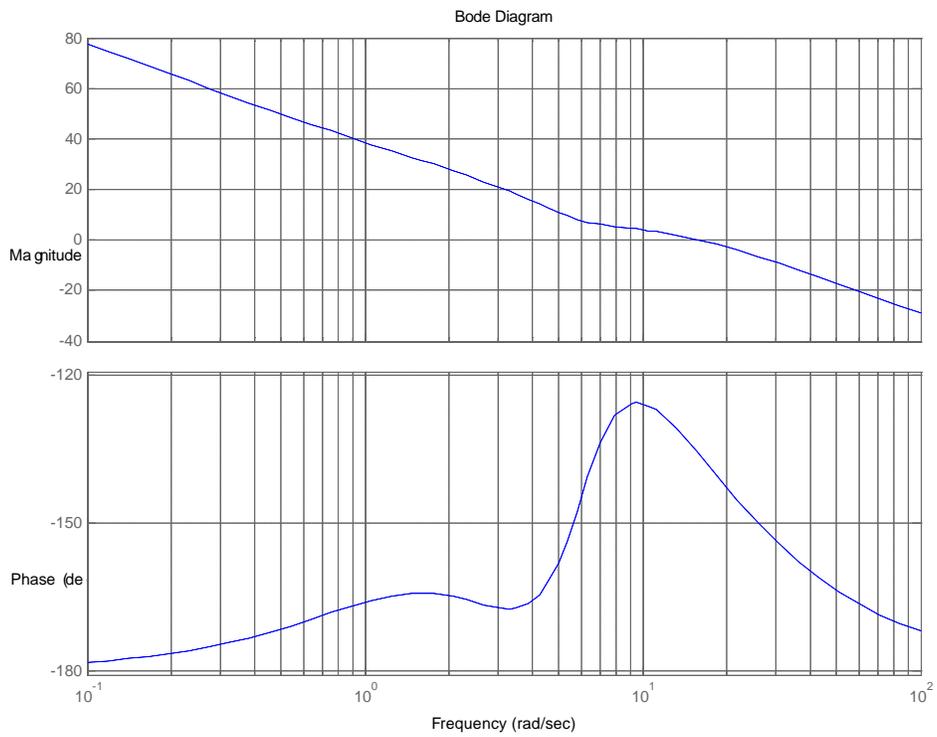


Figure no.3

Question no.2: (3 points)

Considérer le système de positionnement angulaire avec un lien rigide qui a été étudié au laboratoire et représenté à la figure 4. La figure 5 montre le modèle de ce système précédé d'un contrôleur de type proportionnel dérivé (PD) avec :

$$K_1 = 1.5; \quad K_2 = 0.2$$

La figure 6 montre le résultat d'un essai expérimental réalisé au laboratoire. Pour cet essai, la consigne REF est de 4 rad et une perturbation P égale à -1 Volt est appliquée sur le système 2 secondes après le début de l'essai. Ceci est réalisé en en ajoutant la perturbation P à la commande calculée.

Avant de faire cet essai, la friction de Coulomb a été mesurée sous la forme d'une tension appliquée à l'entrée du moteur qui n'entraîne aucun mouvement (zone morte du moteur). Cette tension est approximativement égale à ± 0.17 volts et n'est pas compensée par la loi de commande.

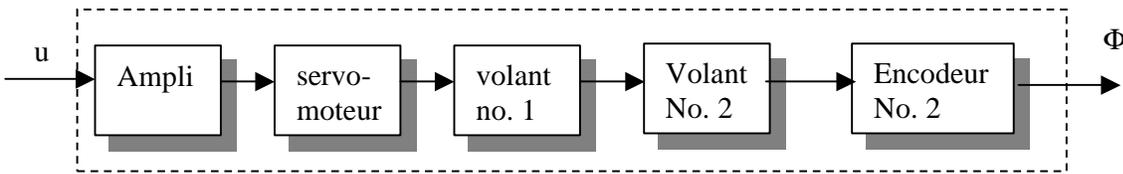


Figure no. 4

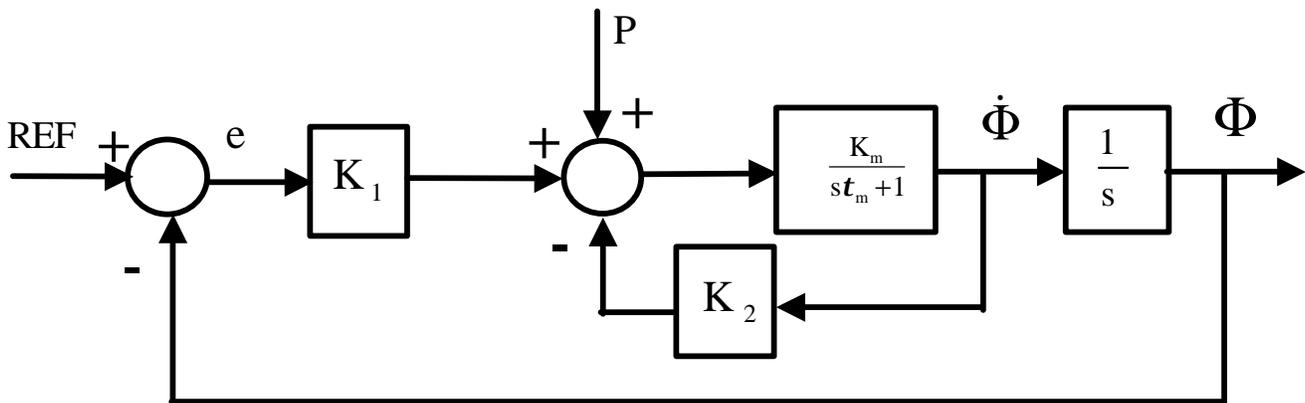


Figure no. 5

- i) À partir de la figure 5, évaluer l'erreur théorique en régime permanent en mode suiveur et en mode régulateur (pour REF = 4 rad et pour P = -1 volt).
- ii) Analyser et expliquer quantitativement les erreurs en régime permanent présentes sur la réponse expérimentale montrée à la figure 6.

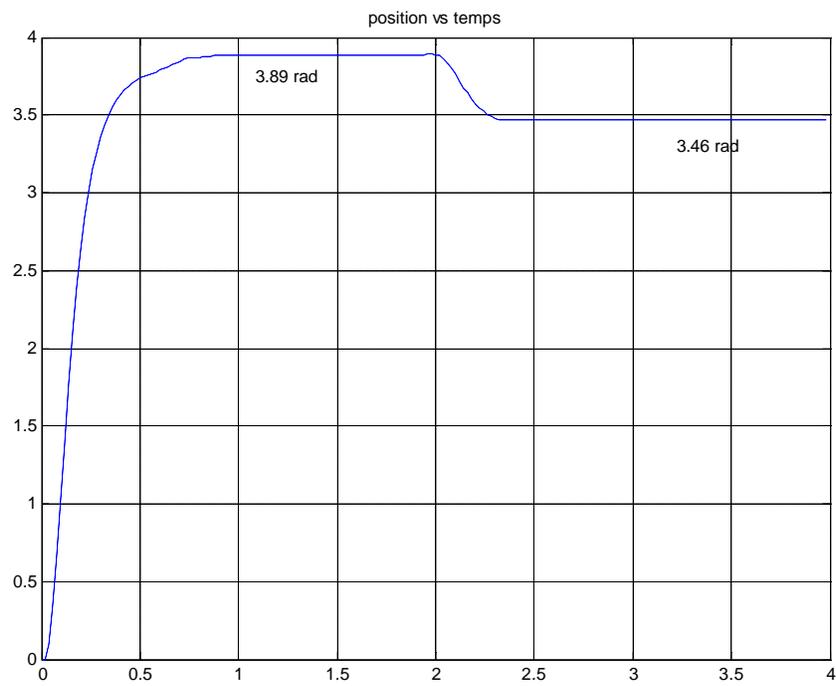


Figure no. 6

Question no. 3 : (6 points)

Le système à l'étude est un avion, tel qu'illustré sur la figure ci-dessous. On peut contrôler l'assiette de l'avion (angle de tangage q) en ajustant l'angle des élévateurs (d_e). Outre l'angle de tangage, les variables d'état sont l'angle d'attaque (a) et le taux de variation de l'angle de tangage (\dot{q}).

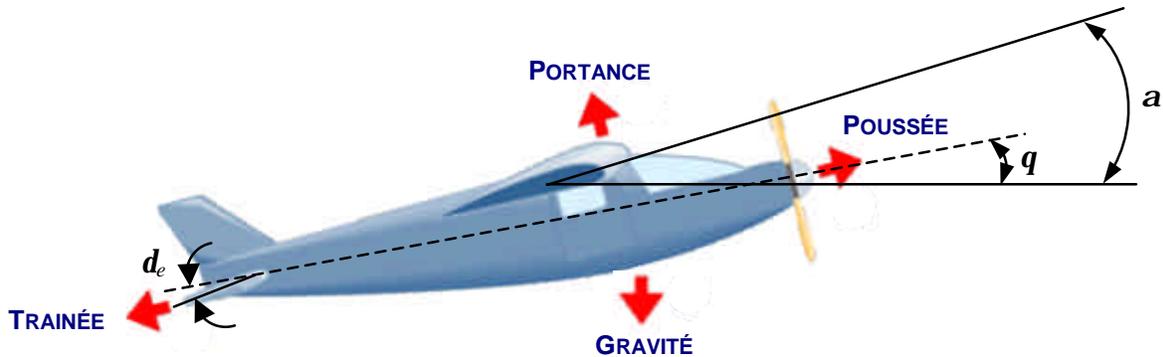


Figure no. 7

Le modèle d'état suivant représente le comportement dynamique de l'avion dans le plan de tangage :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{a}}(t) \\ \dot{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.313 & 56.7 & 0 \\ -0.0139 & -0.426 & 0 \\ 0 & 56.7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}(t) \\ q(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.232 \\ 0.0203 \\ 0 \end{bmatrix} d_e(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}(t) \\ q(t) \\ \mathbf{q}(t) \end{bmatrix}$$

- i) Concevoir un régulateur par retour d'état qui permettra au système de pilotage automatique de l'avion de contrôler l'angle de tangage :
 - a) Dessiner le diagramme fonctionnel du système (l'avion) avec un régulateur par retour d'état.
 - b) Le système est-il commandable ? Justifiez votre réponse.

- c) Donner la procédure permettant de déterminer le vecteur de gains K_R pour obtenir la dynamique définie par les pôles suivants (faire les calculs si possible):

$$p_1 = -0.15; \quad p_{2,3} = -1.94 \pm j2.10$$

- ii) Le système est-il observable ? Justifiez votre réponse.
- iii) En plus d'un indicateur d'assiette, qui permet de connaître l'angle de tangage q , l'avion est équipé d'un indicateur d'angle d'attaque (mesure de α). Le système de pilotage automatique pourrait-il quand même fonctionner avec l'indicateur d'angle d'attaque, advenant une défaillance de l'indicateur d'assiette ? Justifiez votre réponse.

(Indice : le système est-il observable pour une sortie $y(t) = \alpha(t)$?)

- iv) Lorsque le système est exprimé sous sa forme compagne commandable, les matrices du système équivalent sont les suivantes :

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.92147 & -0.739 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{c}} = [0.17742 \quad 1.151 \quad 0]$$

- a) Écrire la fonction de transfert du système.
- b) Est-il possible d'améliorer les performances en régime permanent en ajoutant une action intégrale au système de pilotage. Pourquoi ?

Question no. 4 : (5 points)

Considérez le système de commande non-linéaire représenté ci-dessous :

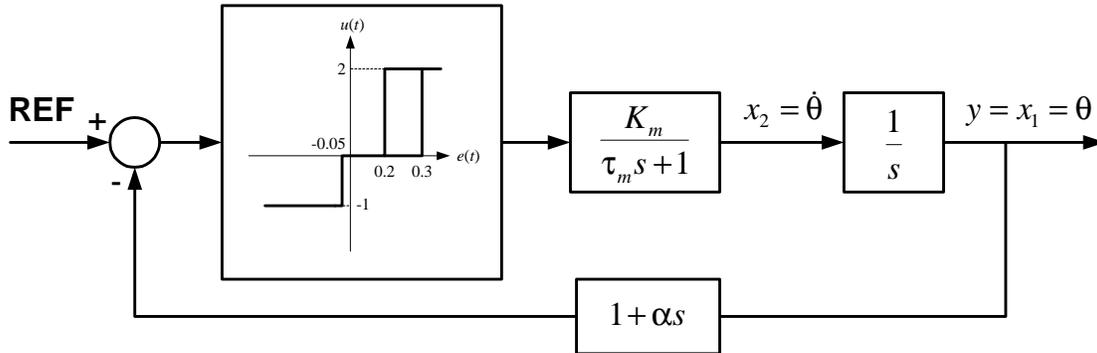


Figure no. 8

Ce système de commande sert à asservir en position angulaire un servomoteur. Les constantes et les variables du système sont les suivantes :

τ_m	Constante de temps du servomoteur	0.16
K_m	Constante du servomoteur	12
θ	Position angulaire du servomoteur	

Le modèle d'état du servomoteur est :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/\tau_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_m/\tau_m \end{bmatrix} u(t)$$

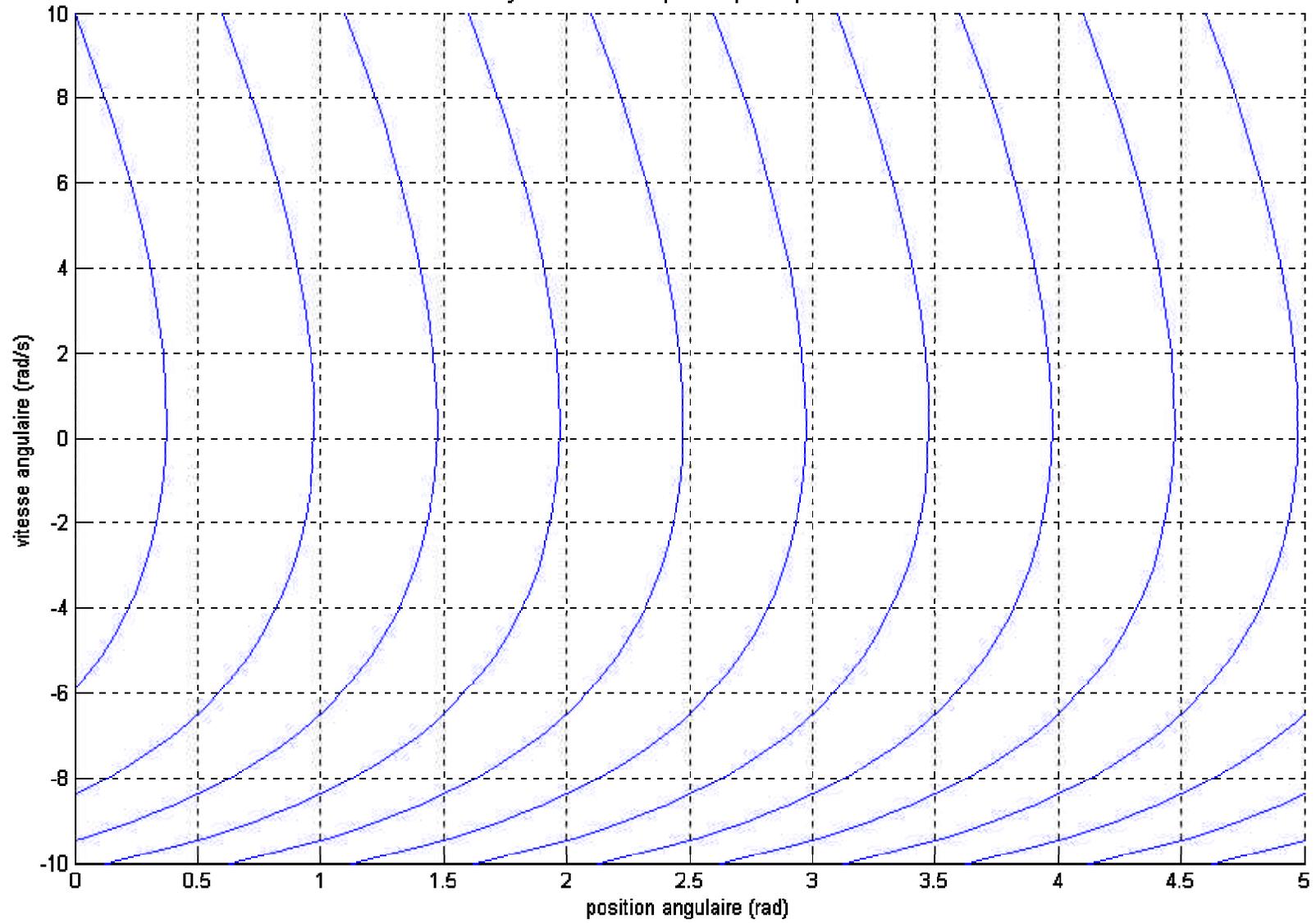
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix}$$

Pour le relais montré sur la figure :

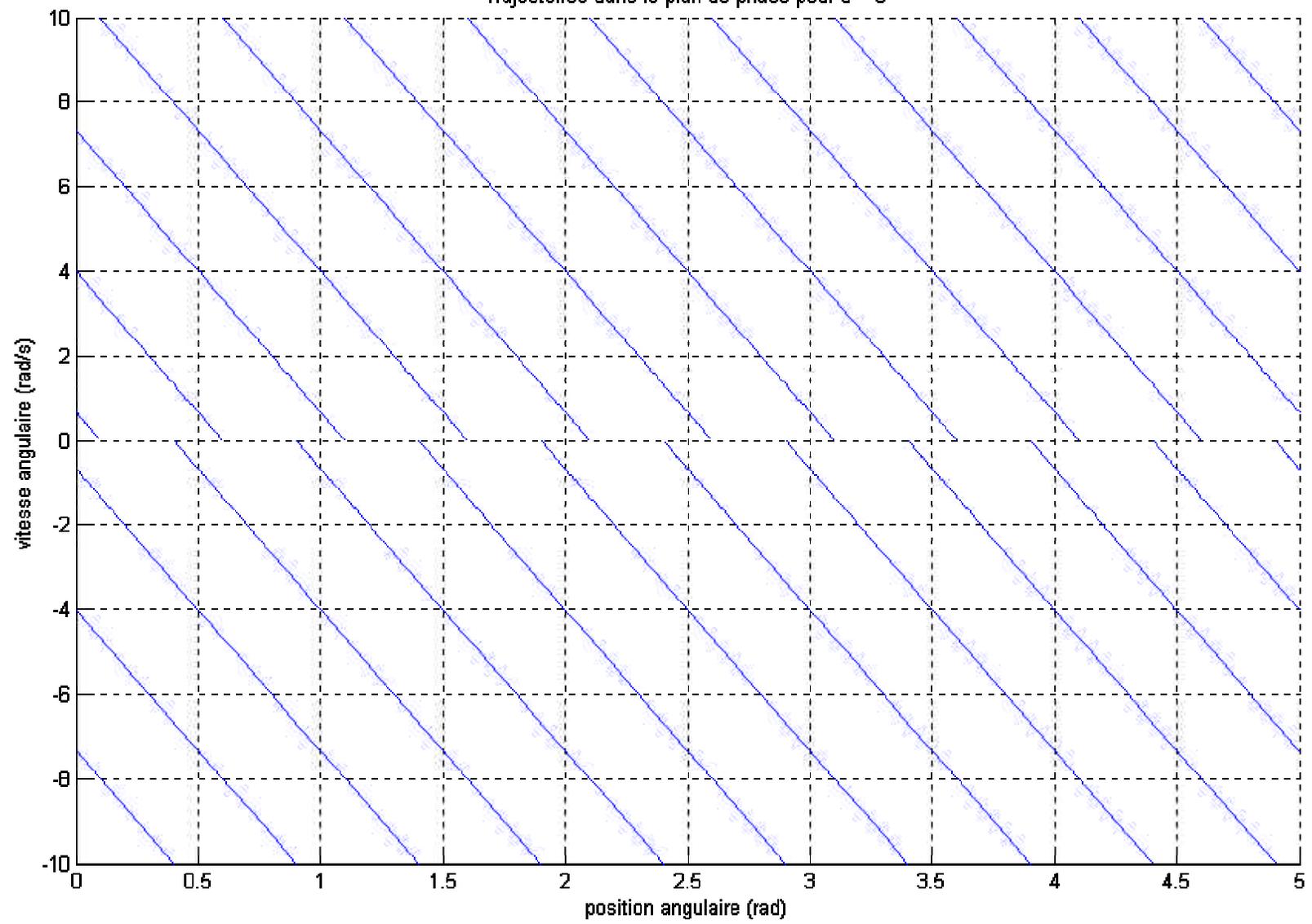
- Déterminez les courbes de commutation pour une consigne $REF = 2.75$ et pour $\alpha = 0.0$ et $\alpha = 0.2$ et indiquez dans le plan de phase la loi de commande dans chacune des zones délimitées par ces courbes.

- ii) En utilisant les trajectoires du système pour les commandes $u(t) = \{-1.0, 0.0, 2.0\}$ données dans les pages suivantes, tracez la trajectoire dans le plan de phase pour la condition initiale $x_0 = [4.5, 0.0]^T$ et pour $\alpha = 0.0$ et $\alpha = 0.2$.
- iii) Pour $\alpha = 0.0$ et $\alpha = 0.2$, le système possède-t-il un cycle limite ?
- Si oui, évaluez l'amplitude du cycle limite.
 - Si non, le système converge-t-il vers la consigne établie ? Quelle est la valeur finale des états x_1 et x_2 ? Comment le système atteint-il son état final ?
- iv) Évaluez la période du (des) cycle(s) limite(s) identifié(s) au numéro précédent. Sans effectuer tous les calculs, décrivez en détail la procédure pour y arriver.

Trajectoires dans le plan de phase pour $u = -1$



Trajectoires dans le plan de phase pour $u = 0$



Trajectoires dans le plan de phase pour $u = 2$

