

École Polytechnique de Montréal

Département de génie biomédical

GBM3720 : Traitement Numérique d'Images Médicales

Corrigé du Contrôle périodique - Automne 2011

Exercice 1 : Filtrage du signal 1D (4 points)

Soit le système linéaire invariant (SLI) décrit par l'équation aux différences suivantes:

$$y(k) = y(k-1) - 0.25y(k-2) + x(k) + x(k-1)$$

1. Ce système est-il causal ? (1 points)

Oui, le système est causal car il ne dépend que du présent et du passé.

2. Écrire la fonction de transfert en z , $H(z)$, de ce système. (1 point)

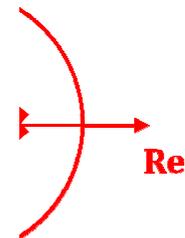
$$Y(z) = Y(z) \cdot z^{-1} - 0.25 \cdot Y(z) \cdot z^{-2} + X(z) + X(z) \cdot z^{-1}$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}} = \frac{z^2 + z}{z^2 - z + 0.25}$$

3. Représenter les pôles et zéros du système sur le plan en z . (1 point)

$$H(z) = \frac{z(z+1)}{(z-0.5)^2}$$

Zéros : $z = 0$ et $z = -1$

Pôle double $z = 0.5$



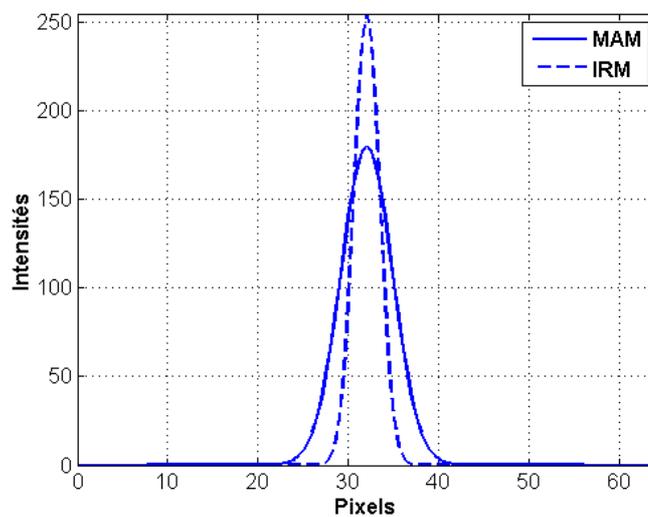
4. Ce système est-il stable? (1 point)

Oui, le système est stable car il est causal et les pôles sont à l'intérieur du cercle unité.

Exercice 2 : Qualité d'images (8 points)

Pour la détection du cancer du sein, deux types d'imagerie sont le plus souvent utilisés : la mammographie (MAM) et l'imagerie par résonance magnétique (IRM).

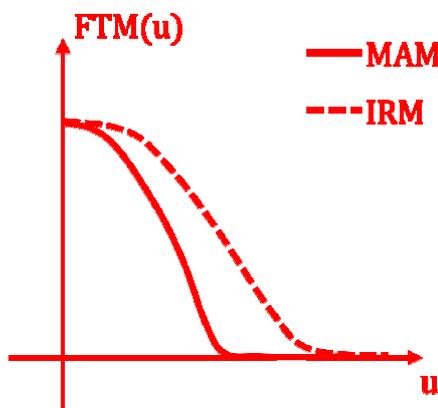
On fait l'acquisition d'un point blanc (intensité 255) sur un fond noir (intensité 0) avec ces 2 systèmes. La figure ci-dessous représente les profils d'intensités de la ligne centrale des images obtenues avec les deux systèmes. Les images sont de tailles 64x64 pixels. On considère que les deux systèmes sont symétriques circulaires.



1. Sur un même graphe, dessiner grossièrement l'allure des fonctions de transfert de modulation de ces deux systèmes. (1 point)

$FTM(u) = \frac{|H(u)|}{H(0)}$ et **$h(x)$ est une gaussienne $\rightarrow H(u)$ est une gaussienne**

Propriété de dilatation de la TF : gaussienne étroite \rightarrow gaussienne dilatée



2. Lequel de ces 2 systèmes offre un meilleur contraste ? Justifier. **(1 point)**

L'IRM offre le meilleur contraste. Deux justifications possibles :

- Dans le domaine spatial, la réponse impulsionnelle de l'IRM est d'une intensité plus grande (255) que celle de la MAM (180), par rapport à une même valeur minimale (0).
- Dans le domaine fréquentiel, la FTM de l'IRM est supérieure à celle de la MAM pour toutes les valeurs de u , indiquant un meilleur rapport de modulation entrée/sortie.

3. Lequel de ces 2 systèmes offre une meilleure résolution ? Justifier. **(1 point)**

L'IRM offre la meilleure résolution. Deux justifications possibles :

- Dans le domaine spatial, la largeur à mi-hauteur de l'IRM est plus petite que celle de la MAM.
- Dans le domaine fréquentiel, la fréquence de coupure de l'IRM est plus élevée que celle de la MAM, indiquant qu'on peut imager de plus grandes fréquences correspondant à de plus fins détails.

4. En jugeant uniquement sur la qualité d'image, quel serait le système optimal pour détecter des petites tumeurs ? Justifier. **(1 point)**

On souhaite détecter de petites tumeurs, donc on souhaiterait la meilleure résolution possible. Donc, l'IRM semble le meilleur choix, d'autant plus qu'il offre un meilleur contraste.

On souhaite créer un algorithme de détection automatique des tumeurs cancéreuses identifiées sur les images provenant de chacun des deux systèmes MAM et IRM. Pour cela, l'algorithme va détecter les zones tumorales dans les images et calculer leur nombre N . On fixe ensuite un seuil $N_0=2$ de telle sorte à classifier les images ayant un nombre N inférieur à N_0 comme étant des tumeurs bénignes et à l'inverse, les images ayant un nombre N supérieur à N_0 comme étant des tumeurs malignes.

Pour évaluer la précision du diagnostic des tests effectués sur les images MAM et IRM, une cohorte de 100 femmes a été sélectionnée, parmi lesquelles on compte 35 femmes ayant des tumeurs malignes et 65 femmes ayant des tumeurs bénignes.

En appliquant le test basé sur les images provenant du système de MAM, l'algorithme détecte 35 cas de vraies tumeurs malignes et 63 cas de vraies tumeurs bénignes.

En appliquant le test basé sur les images provenant du système d'IRM, l'algorithme détecte 35 cas de vraies tumeurs malignes et 63 cas de vraies tumeurs bénignes.

5. Construire les tableaux de contingence pour les deux systèmes. (1 point)

MAM		Réalité		IRM		Réalité	
		+	-			+	-
Test	+	20	2	Test	+	34	2
	-	15	63		-	1	63
Total		35	65	Total		35	65

6. Calculer la sensibilité, la spécificité et la précision du diagnostique des deux systèmes. (2 points)

$$\text{Sensibilité(MAM)} = \frac{20}{20 + 15} = 57.1\%$$

$$\text{Sensibilité(IRM)} = \frac{34}{34 + 1} = 97.1\%$$

$$\text{Spécificité(MAM)} = \text{Spécificité(IRM)} = \frac{63}{63 + 2} = 96.9\%$$

$$\text{Précision(MAM)} = \frac{20 + 63}{20 + 15 + 63 + 2} = 83\%$$

$$\text{Précision(IRM)} = \frac{34 + 63}{34 + 1 + 63 + 2} = 97\%$$

7. Pour un même seuil de détection $N_0 = 2$, lequel des deux systèmes serait le mieux adapté à la détection de cancer du sein ? Justifier. (1 point)

Pour un même seuil de détection, l'IRM offre une meilleure sensibilité et une meilleure précision du diagnostique que la MAM, pour une même spécificité.

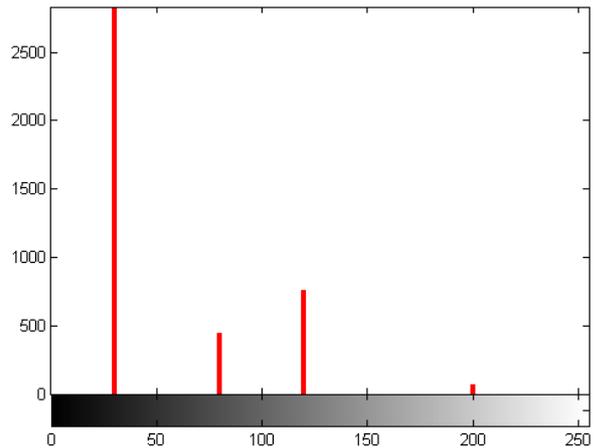
Exercice 3 : Histogramme et transformations (7 points)

Soit une image synthétique I de taille 64x64 pixels codée sur 8 bits et contenant :

- un carré d'intensité uniforme égale à 80 de taille 20x20 pixels et dont le coin supérieur gauche est à la 5^e ligne et 10^e colonne dans I,
- un rectangle d'intensité uniforme égale à 120 de largeur 35 pixels et de hauteur 20 pixels, dont le coin supérieur gauche est à la 35^e ligne et 25^e colonne dans I,

- un rectangle d'intensité uniforme égale à 200 de largeur 10 pixels et de hauteur 5 pixels, dont le coin supérieur gauche est à la 10^e ligne et 50^e colonne dans I,
- sur un fond d'intensité uniforme égale à 30.

1. Construire et annoter l'histogramme de l'image I. (1 point)



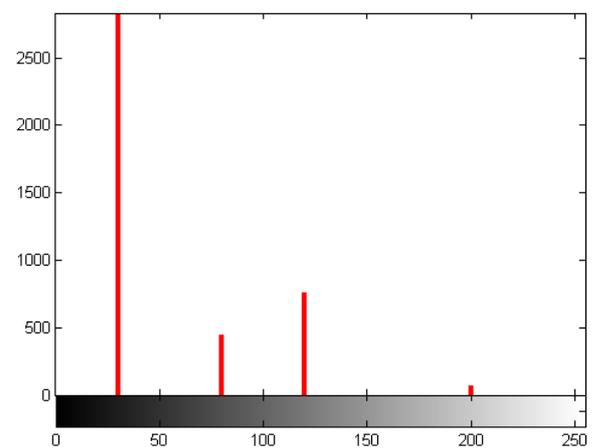
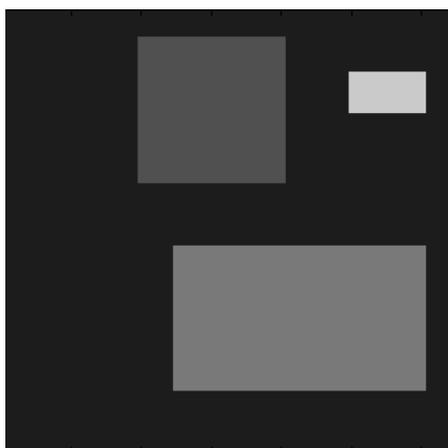
Pic à 200 : $10 \times 5 = 50$ pixels

Pic à 120 : $35 \times 20 = 700$ pixels

Pic à 80 : $20 \times 20 = 400$ pixels

Pic à 30 : $(64 \times 64) - (50 + 700 + 400) = 2946$ pixels

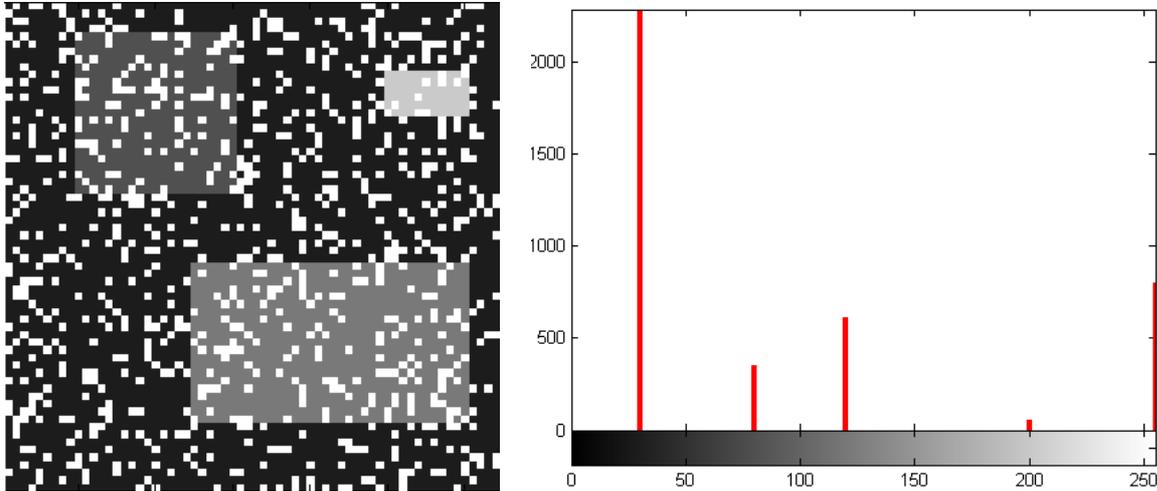
2. On souhaite déplacer le carré de 10 colonnes vers la droite. Quelle sera l'allure de l'histogramme suite à cette opération ? Justifiez votre réponse. (1 point)



Le fait de déplacer un objet dans l'image sans créer de superposition n'affecte nullement la distribution des niveaux de gris, donc l'histogramme reste inchangé.

On rajoute à l'image originale un bruit de type sel de probabilité $p=0.2$.

3. Dessiner grossièrement l'allure de l'histogramme de l'image ainsi bruitée ? (1 point)



Ajout d'un pic à 255 de hauteur $0.2 \times (64 \times 64) = 820$ pixels

Réduction de la hauteur des autres pics.

4. Est-il possible de retrouver exactement l'image originale à partir d'une simple modification de l'histogramme obtenu à la question 3 ? Justifier. (1 point)

On pourrait penser à supprimer le pic à 255 dans l'histogramme, cependant on ne sait pas par quoi remplacer les pixels bruités. L'histogramme ne comprend aucune information sur la distribution spatiale des intensités dans l'image. Il est donc impossible de retrouver exactement l'image originale.

5. Quel serait le filtre spatial optimal à appliquer pour filtrer l'image bruitée ? (1 point)

Pour éliminer du bruit sel avec $p=0.2$, le filtre optimal serait un filtre médian.

On rajoute à l'image originale un bruit de type sel et poivre de probabilité $p=0.75$.

6. Quel serait le filtre spatial optimal à appliquer pour filtrer l'image bruitée ? (1 point)

Lorsque la probabilité du bruit impulsif est aussi grande que 75% de la taille de l'image, un filtre médian standard ne parviendrait pas à éliminer le bruit, il dégraderait davantage l'image. Dans ce cas, le filtre optimal serait un filtre médian adaptatif.

7. Expliquer son fonctionnement. (1 point)

Le filtre médian adaptatif consiste à remplacer la valeur d'un pixel bruité par la valeur médiane lorsqu'elle ne correspond pas à une impulsion. Dans le cas où la médiane est elle-même bruitée,

on augmente la taille du filtre jusqu'à trouver une médiane non bruitée ou à atteindre une taille maximale prédéfinie du filtre.

Exercice 5 : Filtrage spatial (3 points)

Lors de son acquisition, une image est dégradée par un bruit additif gaussien. Ensuite, lors de sa transmission, un bruit de type sel et poivre de probabilité $p=0.15$ s'ajoute à l'image dégradée.

1. On propose de filtrer l'image moyennant une composition d'un filtre gaussien suivi d'un filtre médian. Quel est le résultat d'une telle séquence de filtres sur l'image ? **(1 point)**

Premièrement, l'application d'un filtre gaussien va lisser l'image et donc va également diffuser le bruit sel et poivre. Ensuite, le filtre médian ne sera plus aussi efficace sur le bruit sel et poivre puisque ce dernier a été lissé. Il en résultera une image dégradée.

2. Une deuxième option consiste à filtrer l'image moyennant une composition d'un filtre médian suivi d'un filtre gaussien. Quel est le résultat d'une telle séquence de filtres sur l'image ? **(1 point)**

Premièrement, l'application d'un filtre médian va éliminer le bruit sel et poivre. Ensuite, le filtre gaussien lissera l'image et le bruit gaussien. Le résultat sera une image débruitée.

3. Des deux séquences de filtrage précédentes, laquelle vous semble la plus appropriée ? Justifier. **(1 point)**

La deuxième séquence semble la plus appropriée puis qu'elle permet d'obtenir une image avec beaucoup moins de bruit et donc de meilleure qualité.

Exercice 6 : Filtrage spatial (3 points)

Différents filtres spatiaux, numérotés de 1 à 6, ont été appliqués à une image de test et ont donné les images résultantes identifiées de A à F. Retrouver les correspondances et pour chacune, justifier les réponses.

1. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	2. $\frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	3. $\frac{1}{16} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & 12 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$
4. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	5. $\frac{1}{35} \cdot \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{35 \times 35}$	6. $\hat{f}(x, y) = \text{median}_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$

Pour le filtre 6, la taille de S_{xy} est 3×3 .

1. **Filtre de Prewitt ou masque gradient, permet de détecter les contours horizontaux dans l'image → F**
2. **Filtre Gaussien de taille 3x3, permet de lisser l'image et donc génère un léger flou → D**
3. **Filtre passe haut construit à partir d'un filtre gaussien, permet de détecter les contours dans l'image → A**
4. **Filtre de Prewitt ou masque gradient, permet de détecter les contours verticaux dans l'image → C**
5. **Filtre passe bas de type moyenneur, de taille 35x35, permet de lisser l'image et donc génère un flou considérable dans l'image → B**
6. **Filtre médian de taille 3x3 permet de supprimer le bruit sel et poivre lorsque sa probabilité d'occurrence n'est pas très élevée, comme dans les régions rectangulaires à droite dans l'image de test → E**

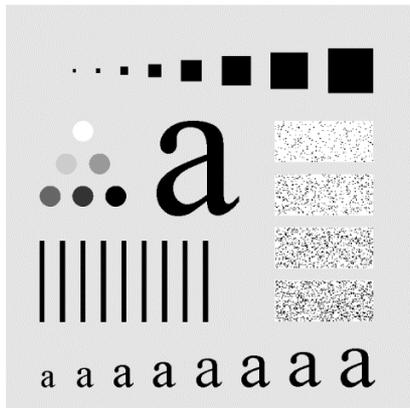
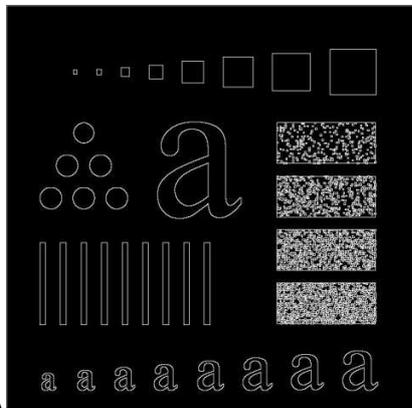
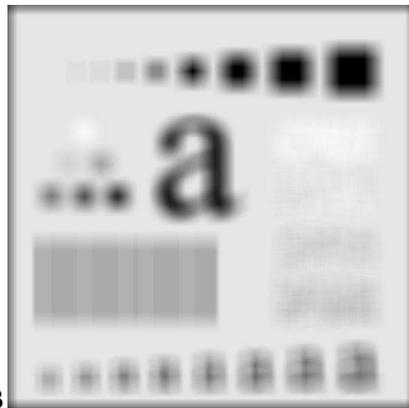


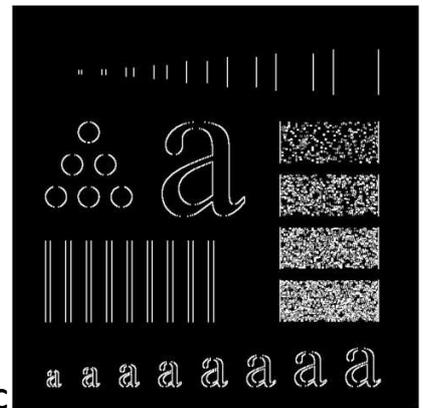
Image de test



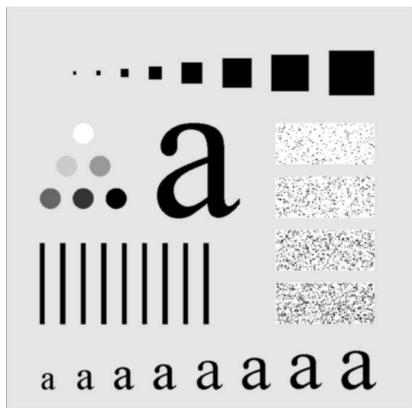
A



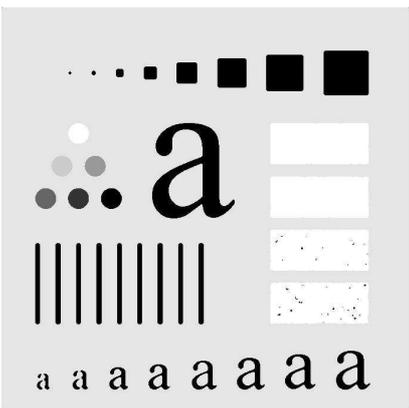
B



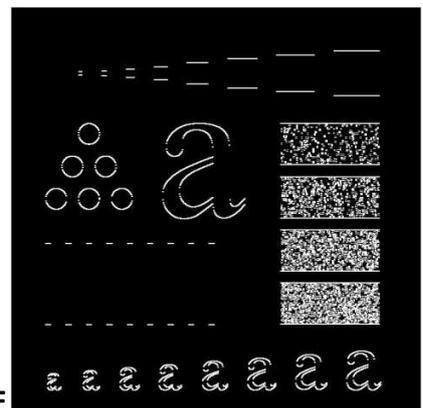
C



D



E



F