



# PROGRAMME DE GÉNIE DES MATÉRIAUX

**SECTION:** 

**/50** Note finale: **NOM** (en majuscules): PRÉNOM: 19/04/04 14h00 SIGNATURE: MATRICULE:

# **COURS ING1035 - MATÉRIAUX**

**Examen final** du 17 avril 2004 de 13h30 à 16h00

# FORMULAIRE DE RÉPONSES

- **NOTES:** Aucune documentation permise.
  - Calculatrices non programmables autorisées.
  - ◆ Les nombres en marge de droite indiquent le nombre de points accordés à la question. Le total est de 60 points.
  - ◆ La cote maximale de l'examen final est de 50 pts.
  - ♦ Pour les questions nécessitant des calculs, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.
  - ♦ Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs
  - ♦ Le questionnaire comprend 14 pages, incluant les annexes (si mentionnés) et le formulaire général.
  - ◆ Le formulaire de réponses comprend 10 pages.
  - ♦ Vérifiez le nombre de pages de votre questionnaire et de votre formulaire de réponse.

#### Les exercices 1 à 5 portent sur les unités au choix n° 8 à 12.

#### 1. **EXERCICE** n° 1 (Dégradation des matériaux)

## 1.a) Rapport $\Delta$ de Pilling - Bedworth pour le cuivre

 $\frac{\textit{Justification}}{\textit{Le rapport de Pilling-Bedworth est égal à}}: \ \Delta = \frac{\left(m_a\right)_{ox}\rho_M}{\left(m_a\right)_{M}\rho_{Ox}} \ . \ Dans \ le \ cas \ de \ cette \ réaction \ d'oxydation, il y a 2}$ 

moles de cuivre qui réagissent avec 1 mole d'oxygène pour donner 1 mole d'oxyde  $\text{Cu}_2\text{O}$ .

On obtient donc: 
$$\Delta = \frac{(m_a)_{ox} \rho_M}{(m_a)_M \rho_{Ox}} = \frac{(2x63.54 + 16)_{ox}(8.92)}{(2x63.54)_M(6)} = 1.674$$

(1 pt) 1,674

#### 1.b) Cinétique d'oxydation

Cochez la case appropriée et justifiez quantitativement votre choix :

En reportant les données en échelle log-log (x = logt; y = log( $\delta m$ ), voir annexe), on constate que l'on obtient une droite de pente égale à ½, ce qui signifie que nous avons la relation suivante :

$$\log(\delta m) = \log C + \frac{1}{2} \log t$$
 où c est une constante (1)

L'équation (1) conduit donc à l'équation suivante :

$$\delta m = Ct^{\frac{1}{2}}$$
 (2)

L'équation (2) montre que l'oxydation du cuivre est du type parabolique

Туре		
Linéaire		
Parabolique	X	
Logarithmique		(2 pts)
Exponentiel		

#### 1.c) Gain de masse $\delta$ m obtenu après 500 minutes d'oxydation

Justification:

Il faut tout d'abord déterminer la valeur de la constante C des équation (1) ou (2) ci-dessus.

$$\log = \log(\delta m) - \frac{1}{2} \log t \tag{3}$$

Ceci est aisé à faire avec les données ou avec l'équation (1) représentée en annexe.

Pour t = 10 m, on obtient  $\delta m = 0.219 \text{ mg/cm}^2$ . Ce qui conduit à :  $\log C = \log(0.219) - \frac{1}{2}\log(10) = -1.1596$ 

Donc la valeur de C est égale à  $6.925 \times 10^{-2}$ . L'équation (2) est donc égale à :  $\delta m = (6.925 \times 10^{-2}) t^{1/2}$ 

Pour un temps t = 500 m, on obtient : 
$$\delta m = (6.925 \times 10^{-2}) \sqrt{500}$$

 $\delta m = 1.548$ mg/cm<sup>2</sup> (1 pt)

#### 1.d) Caractéristiques de la couche d'oxyde

Caractéristiques		I
L'oxyde est volatil à la température considérée		
L'oxyde se fissure et laisse pénétrer l'oxygène en tout temps		
L'oxyde est adhérent et protecteur	X	(1 n
L'oxyde ne couvre pas complètement la surface du métal		(1 P

#### EXERCICE n° 2 (Propriétés physiques) 2.

#### Résistivité $\rho$ (en $\mu\Omega$ .cm) de ce cuivre commercial

Justification:

La résistivité  $\rho_0$  du cuivre pur est égale à l'inverse de sa conductivité  $\sigma_0$ .

Donc 
$$\rho_0$$

$$\rho_0 = 1/\sigma_0 = 1/(5.97 \times 10^5) = 1.675 \times 10^{-6} \ \Omega.\text{cm} = 1.675 \ \mu\Omega.\text{cm}$$

Selon la règle de Matthiessen, l'effet des éléments d'alliage (à faible concentration) sur la résistivité d'un métal pur sont additifs. On peut donc écrire que la résistivité  $\rho_A$  du cuivre commercial (alliage) est égale à :

$$\rho_A = \rho_0 + \sum_{i=1}^{n} \rho_i$$
 où  $\rho_i$  est l'augmentation de résistivité due à l'élément d'addition i.

Grâce à la figure donnée en annexe, on en déduit  $\rho_{Fe}$ ,  $\rho_{Cr}$ ,  $\rho_{Ni}$  et  $\rho_{Ag}$  pour leurs concentration respectives.

$$\begin{split} \rho_A &= \rho_0 + \rho_{Fe} + \rho_{Cr} + \rho_{Ni} + \rho_{Ag} \\ \rho_A &= 1,675 + 0,25 + 0,035 + 0,005 - 0,\,015 = 1,950 \;\; \mu\Omega.cm \end{split}$$

$$\rho = 1,950$$
 μΩ.cm (1 pt)

# 2.b) Résistance R (en $m\Omega$ ) d'un fil conducteur fait de ce cuivre commercial

La résistance R d'un conducteur de longueur L, de section S et fait d'un matériau ayant la résistivité  $\rho_A$  du cuivre commerciale est égale à :  $R = \rho_A L/S$ 

Ici, 
$$\rho_A = 1.95 \mu\Omega.$$
cm  $L = 350 \text{ m} = 35000 \text{ cm}$ 

Justification:

$$L = 350 \text{ m} = 35000 \text{ cm}$$

$$S = \pi d^2/4 = \pi (0.3^2/4) = 7.069 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$$

$$R = (1.95)(35000)/(7.069 \times 10^{-2}) = 9.655 \times 10^{5} \ \mu\Omega = 965.5 \ m\Omega$$

$$\mathbf{R} = \begin{array}{ccc} \mathbf{965,5} & \mathbf{m}\Omega \end{array} \tag{1 pt}$$

# 2.c) Augmentation de température $\Delta\theta$ (en °C) à imposer à une cuivre absolument pur.

Justification:

La résistivité p d'un conducteur varie linéairement en fonction de la température selon l'équation suivante :

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta \Delta T)$$
 où  $\Delta T = T - T_0$ 

On en déduit que :  $\Delta T = [(\rho/\rho_0) - 1]/\beta$ 

 $\rho/\rho_0 = \rho_A/\rho_0$  où  $\rho_A$  est la résistivité du cuivre commercial telle que calculée à la question a) Ici

Avec la valeur de  $\beta = 4,27 \times 10^{-3}$ , on obtient ainsi

$$\Delta T = [(\rho/\rho_0) - 1]/\beta = [(1,950/1,675) - 1]/(4,27x10^{-3}) = 38,449 \text{ °C}$$

$$\Delta\theta = 38,5$$
 °C (1 pt)

#### 3. Exercice n° 3 (Propriétés physiques)

Pour chaque question, répondez par **D** ou **C** dans la case appropriée :

- 3.a) Plus forte induction à saturation.
- 3.b) Induction rémanente la plus élevée.
- 3.c) Champ coercitif le plus élevé.
- 3.d) Matériau le plus adéquat pour l'application.

Question	Matériau	
3.a	С	(½ pt)
3.b	D	(½ pt)
3.c	D	(½ pt)
3.d	D	(½ pt)

5 Sous-total = 5 pts

#### 4. Exercice n° 4 (Matières plastiques)

4.a) Formule chimique du monomère.

C<sub>2</sub>H<sub>3</sub>CH<sub>3</sub>  $(\frac{1}{2} pt)$ 

4.b) Masse molaire du monomère

Masse molaire du monomère :  $m_{\text{monomère}} = 3m_C + 6m_H = (3x12,011) + (6x1,008) = 42,08 \text{ g/mole}$ :

 $(\frac{1}{2} pt)$ **42,08** g/mole m =

Tacticité de chacune des formes

Inscrivez A, B ou C dans la case appropriée :

Isotactique	A	
Atactique	С	(1/ 1)
Syndiotactique	В	(½ pt)
Eutectique		

4.d) Possibilité de cristallisation de chacune des formes

Inscrivez A, B ou C dans la case appropriée :

Nulle	С	
Moyenne	В	(1/2
Élevée	Α	

pt)

4.e) Masse volumique du polypropylène totalement cristallisé

Le coefficient A de variation de la masse volumique p pour une variation de 1% de la cristallinité C est donnée par la relation suivante :

$$A = (\rho_2 - \rho_1)/(C_2 - C_1) = (0.915 - 0.872)/(72.7 - 32.6) = 1.072 \times 10^{-3} \text{ g.cm}^{-3}.\%^{-1}$$

La masse volumique du polypropylène totalement cristallisé est donc égale à :

$$\rho_{C=100} = \rho_{C=72.7} + A(100 - 72.7) = 0.915 + (1.072 \times 10^{-3})(100 - 72.7) = 0.9443 \text{ g/cm}^3$$

**0.944** g/cm<sup>3</sup> (2 pts) m =

Nombre de monomères contenus dans une maille élémentaire

Le nombre n de monomères contenus dans la maille élémentaire de volume V est égal à :

$$n = M_V / (m/N_A) \tag{1}$$

où  $\mathbf{M}_V$  est la masse de la maille élémentaire et  $\mathbf{m}/\mathbf{N}_A$  est la masse d'un monomère

La masse 
$$M_V$$
 est égale à :  $M_V = \rho_{100}V$  (2) où V est le volume de la maille élémentaire

En combinant les équations (1) et (2), on obtient :  $n = \rho_{100} V / (m/N_A)$ (3)

Volume V de la maille élémentaire : 
$$V = [(0,666x2,078x0,6495)10^{-21}][1 - \cos^2(99,62)] \quad g = 8,677x10^{-22} \text{ cm}^3$$

12 (1 pt)

Masse  $M_V = \rho_{100}V = 8.2510 \times 10^{-22} \text{ g}$  (m/N<sub>A</sub>) =  $42.08/(6.022 \times 10^{23}) = 6.9877 \times 10^{-23} \text{ g}$ 

5 Sous-total = 5 pts

## 5. Exercice n° 5 (Céramiques)

### 5.a) Température maximale (en °C) de frittage de l'émail

Justification:

L'apparition de liquide dans la fonte à 3 %m C a lieu à la température de l'eutectique du diagramme Fe – C, soit 1147 °C. La température maximale de frittage sera donc égale à :

$$\theta_{\text{max}} = 1147 - 150 = 997 \, ^{\circ}\text{C}$$

$$\theta_{\text{max}} = 997 \quad ^{\circ}\text{C} \quad ^{(\frac{1}{2}\text{ pt})}$$

#### 5.b) Température minimale (en °C) de frittage de l'émail

<u>Justification</u>: Pour qu'il y ait formation d'une phase vitreuse dans l'émail après refroidissement, il faut qu'il y ait apparition d'une phase liquide au cours de sa cuisson, donc que la température minimale soit supérieure à la température d'un point eutectique du diagramme A - B. Seul l'eutectique  $E_2$  à 900 °C convient car l'autre eutectique  $E_1$  a une température supérieure à la température maximale trouvée à la question a) précédente.

# $\theta_{\min} = 900 \, ^{\circ}C \, \left(\frac{1}{2} \, \text{pt}\right)$

#### 5.c) Composition nominale $C_0$ (en %m. B) de l'émail

Justification:

Pour obtenir 52 % de phase vitreuse dans l'émail, il faut qu'il y ait 52 % de phase liquide de composition eutectique  $C_{E2}$  présente à la température de cuisson. Pour l'émail, il existe donc deux compositions possibles, situées de part et d'autre du point eutectique  $E_2$  caractérisé par  $C_{E2} = 0.75 = 75$  % m B et  $\theta_{E2} = 900$  °C. La condition d'avoir une concentration en oxyde B inférieure à 80 % conduit donc à choisir la composition hypoeutectique. En appliquant la règle des bras de leviers, on obtient ainsi la composition  $C_X$  recherchée :

$$f_{E2} = 52 \% = 0.52 = (C_X - 0.41)/(0.75 - 0.41)$$
  
 $C_X = 0.41 + 0.52(0.75 - 0.41) = 0.587 = 58.7 \%$ 

$$C_0 = 58,7$$
 %m (1 pt)

#### 5.d) Constituants de l'émail après son refroidissement complet

Cochez la case appropriée.

Phase <b>α</b> + Eutectique <b>E</b> ₁	Phase δ + Eutectique <b>E</b> ₁	Phase $\delta$ + Eutectique $\mathbf{E}_2$	Phase β + Eutectique <b>E</b> <sub>2</sub>	
		X		(1

(1 pt)

#### 5.e) Coefficient de dilatation minimal de l'émail

Cochez la case appropriée. Au cours d'un refroidissement brusque, la fonte se contractera plus que l'émail puisque son coefficient de dilatation est supérieur à celui de l'émail. L'émail sera donc soumis à une contrainte de compression qui ne devra pas dépasser sa résistance à la compression  $R_{mC}=157$  MPa. La fonte et l'émail se refroidissant à la même vitesse, il faut donc considérer la différence des coefficients de dilatation entre les deux matériaux, soit  $\Delta\alpha=(\alpha_F-\alpha_e)$ .

Le facteur 
$$R_1$$
 de résistance au choc thermique s'écrit alors :  $\Delta\theta = R_1 = \frac{R_{mC}.f(v)}{E_{E}\Delta\alpha}$  (1)

Puisque la différence de température imposée  $\Delta\theta$  est connue (= 250 °C), il suffit de réarranger l'éq. 1 pour en déduire

la valeur de  $\Delta\alpha$  donc celle de  $\alpha_e$ .

$$\Delta \alpha = \alpha_F - \alpha_e = \frac{R_{mC}.f(v)}{E_e \Delta \theta} = \frac{(157x10^6)(0.82)}{(86x10^9)(250)} = 5.988x10^{-6}$$

$$\alpha_{\rm e} = 6 \times 10^{-6} \, {}^{\circ}{\rm C}^{-1}$$
 (2 pts)

$$\alpha_e = \alpha_F - \Delta \alpha \cong (12 - 6)x10^{-6} = 6x10^{-6}$$

## 6. Exercice n° 6 (Matériaux composites)

#### 6.a) Module d'Young $E_c$ du composite

Justification:

On applique la règle des mélanges aux modules des composants (Aluminium et Bore):

$$E_C = V_f E_f + (1 - V_f) E_m$$
  
= (0.35x400) + (0.65x70) = 185.5 GPa

$$E_{\rm C} = 185,5$$
 (1 pt)

#### 6.b) Valeur du rapport E<sub>C</sub>/E<sub>m</sub>,

Justification:

En réarrangeant l'équation (1) donnée ci-dessus (équation de la règle des mélanges), on peut en déduire le rapport  $E_C/E_m$ :

$$E_C/E_m = V_f E_f/E_m + (1 - V_f) = 0.35(400/70) + 0.65 = 2.65$$

$$E_{\rm C}/E_{\rm m} = 2,65$$
 (1 pt)

#### 6.c) Limite d'élasticité R<sub>eC</sub> du composite

La contrainte dans les fibres est alors égale à :  $\sigma_f = E_f \varepsilon_{em} = R_{em} E_f / E_m$ 

En appliquant la règle des mélanges (éq. 1) aux contraintes pour  $\varepsilon_C = \varepsilon_{em}$ , on obtient :  $R_{eC} = V_f \sigma_f + (1 - V_f) R_{em} = V_f R_{em} E_f / E_m + (1 - V_f) R_{em}$  (2)

$$R_{eC}$$
 = 1060 MPa  $(1 pt)$ 

#### **6.d)** Valeur du rapport $r = F_f/F_m$ à la limite d'élasticité du composite

<u>Justification</u> Pour une section unitaire  $S_C$  de composite, on a la relation suivante :

$$S_C = S_f + S_m = V_f + V_m = V_f + (1 - V_f) = 1$$
 (3)

À tout instant, on peut écrire pour les forces :  $F_C = F_f + F_m$  (4)

De cette équation (4), on en tire le rapport  $\mathbf{r} = \mathbf{F}_f/\mathbf{F}_m$  recherché :  $\mathbf{r} = (\mathbf{F}_C/\mathbf{F}_m) - 1$  (5)

Or, par définition,  $F_C = R_{eC}S_C$  et  $F_m = R_{em}S_m = R_{em}(1 - V_f)$  (6)

En combinant les éq. (5) et (6) et en tenant compte de l'équation (2) donnée ci-dessus, on obtient, après simplification, l'expression suivante pour le rapport **r** recherché :

$$r = {V_f E_f \over (1 - V_f) E_m} = {0.35 \times 400 \over 0.65 \times 70} = 3.077$$

$$r = 3,077$$
 (1 pt)

## 6.e) Allongement relatif à la rupture du composite

Justification:

Par convention, on considère le composite rompu quand le renfort (les fibres) se rompt. Donc l'allongement à la rupture  $A_C$  du composite est égal à l'allongement à la rupture  $A_f$  des fibres. Celles-ci ayant un comportement fragile, leur allongement  $A_f$  à la rupture est donc égal à :

$$A_f = R_{mf}/E_f = 3,6/400 = 9x10^{-3} = 0,9 \%$$

$$A_C = A_f = 0.9 \%$$

$$A_{\rm C} = 0.9 \%$$
 (1 pt)

#### Les exercices suivants portent sur les unités obligatoires (n° 1 à 7).

#### 7. EXERCICE n° 7

#### 7.a) Réseau de Bravais du LixBix

Justification:

Les atomes de Bi occupent les sommets et le centre de toutes les faces

de la maille élémentaire. Les atomes de Li sont en insertion dans les

Cubique à faces centrées

(½ pt)

7.b) Indices de la direction qui est l'intersection des plans  $(\overline{1} \ 1 \ \overline{1})$  et  $(\overline{1} \ \overline{1})$ 

Indices obtenus soit graphiquement en traçant les deux plans, soit en faisant le produit vectoriel des indices de ces plans.

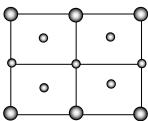
{110} (½ pt)

7.c) Indices du plan contenant les directions  $\begin{bmatrix} \overline{1} & 10 \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 

Indices obtenus soit graphiquement en traçant les deux directions, soit en faisant le produit vectoriel des indices de ces directions.

 $(11\overline{1})$  (½ pt)

7.d) Rapport de la densité surfacique (Bi)/(Li) dans le plan  $(1\,\overline{1}\,0)$ 



La position des atomes de Bi et de Li est représentée à la figure ci-contre.

Dans cette maille plan élémentaire, il y a donc :

Bi 
$$\rightarrow$$
  $(4x^{1/4}) + (2x^{1/2}) = 2$  atomes en propre

Li 
$$\rightarrow$$
 (5x1) + (2x½) = 6 atomes en propre  
Le rapport Bi/Li est donc égal à 1/3 = 0.33

$$(Bi)/(Li) = 1/3 = 0,33$$
 (1 pt)

#### 7.e) Type de site occupé par l'atome X de lithium

Situé au centre de la maille élémentaire, ce site est donc un site octaédrique.

Octaédrique

(½ pt)

#### 7.f) Proportion de sites X occupés par les atomes de lithium dans la maille

Les sites octaédriques d'une maille CFC sont situés au centre de la maille et au milieu des arêtes de cette maille. Dans Li<sub>x</sub>Bi<sub>y</sub>, tous ces sites sont occupés par des atomes de Li.

**100** % (1 pt)

#### 7.g) Valeur de X et Y dans la formule chimique Li<sub>X</sub>Bi<sub>Y</sub>

Ces valeurs de X et de Y sont respectivement égales à celles du nombre  $n_{Li}$  d'atomes en propre de Li et du nombre  $n_{Bi}$  d'atomes en propre de Bi appartenant à la maille élémentaire. Si nécessaire, ces nombres sont rendus premiers entre eux. On obtient :

$$X = 3$$

$$Y = 1$$
(1 pt)

$$n_{Li} = 1 + (12x^{1/4}) + (8x1) = 12$$
  $n_{Bi} = (8x138) + (6x^{1/2}) = 4$ 

#### 7.h) Masse volumique théorique du LixBiy

Justification:

Volume de la maille élémentaire :  $V = a^3 = (0.6722 \text{ nm})^3 = 0.3037 \text{ nm}^3 = 3.037 \text{ x } 10^{-22} \text{ cm}^3$ 

Masse **m** des atomes appartenant en propre à la maille élémentaire :

$$m = (12M_{Li} + 4M_{Bi})/N_A = (12x6.94 + 4x208.98)/(6.022x1023) = 1.526x10^{-21} g$$

Masse volumique théorique :

$$\rho = \text{m/V} = (1,179 \times 10^{-21} \text{ g})/(3,037 \times 10^{-22} \text{ cm}^3) = 5,025 \text{ g/cm}^3$$

**5,025** g/cm $^3$  (1 pt)

#### 8. **EXERCICE n° 8**

#### Contrainte nominale de tension $\sigma_{nom}$ (en MPa)

Justification:

Épaisseur e du fût du canon :  $e = (D_e - D_i)/2 = (140 - 70)/2 = 35 \text{ mm}$ 

Contrainte tangentielle:

$$\sigma_{\text{nom}} = PR_i/e = PD_i/2e = (250x0,070)/(2x0,035) = 250 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{nom} = 250$$
 MPa (1 pt)

#### 8.b) Possibilité de propagation de la fissure

Répondez par OUI ou NON dans la case – réponse et justifiez quantitativement votre réponse :

Puisque cette contrainte nominale tangentielle s'exerce perpendiculairement au plan de la fissure, on peut calculer le facteur d'intensité de contrainte K associé à la fissure :

$$K = \alpha \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} = 1{,}17x250x\sqrt{\pi x0{,}0007} = 13{,}72 \text{ MPa.m}^{1/2}$$

Comme K est supérieur au seuil de propagation en fatigue  $\Delta K_S = 4,5$  MPa.m<sup>1/2</sup> du matériau la fissure commencera à se propager dès le premier tir du canon.



### 8.c) Profondeur critique a\* de la fissure (en mm) entraînant la rupture brutale du fût

<u>Justification</u>: La rupture brutale apparemment fragile du canon se produira quand la valeur du facteur d'intensité de contrainte K associé à la fissure sera égale à la valeur K<sub>IC</sub> caractérisant la ténacité du matériau. De cette égalité, on peut en déduire la longueur critique de la fissure :

$$a* = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\alpha \sigma_{nom}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{80}{1.17 \times 250} \right)^2 = 2,381 \times 10^{-2} \text{ m}$$

## 8.d) Valeur du rapport R caractérisant le chargement en fatigue du fût Justification:

Lorsque le canon est au repos, la contrainte est nulle donc  $\sigma_{min} = 0$ . Lors d'un tir, la contrainte est positive et égale à  $\sigma_{max} = 250$  MPa.  $\mathbf{R} = \sigma_{\text{min}}/\sigma_{\text{max}} = 0/250 = 0$ Par définition du rapport **R** des contraintes.

$$\mathbf{R} = \mathbf{0} \tag{1 pt}$$

#### Nombre J de jours de tir avant rupture brutale du fût

Justification:

Variation  $\Delta \mathbf{K}$  du facteur d'intensité de contrainte :  $\Delta \mathbf{K} = \alpha \Delta \sigma \sqrt{\pi a} = \alpha (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}) \sqrt{\pi a} = \alpha \sigma_{\text{max}} \sqrt{\pi a}$ En combinant l'équation (1) et la relation de Paris da/dN =  $C\Delta K^n$ , on obtient :

$$da/dN = C\Delta K^{n} = C\left(\alpha \sigma_{max} \sqrt{\pi}\right)^{n} a^{n/2} = Ba^{n/2} \quad (2) \qquad \text{avec} : \quad B = C\left(\alpha \sigma_{max} \sqrt{\pi}\right)^{n} = \text{cste} \quad (3)$$

En séparant les variables a et N dans l'équation (2), on obtient une équation que l'on peut intégrer :

$$dN = \frac{1}{B} \frac{da}{a^{n/2}}$$
 (4)  $\rightarrow$   $\left[ N \right]_{a_0}^{a^*} = \frac{1}{B} \int_{a_0}^{a^*} a^{-n/2} da$  (5)

Puisque 
$$\mathbf{n} = 3$$
,  $\left[ \mathbf{N} \right]_{a_0}^{\mathbf{a}^*} = \frac{1}{\mathbf{B}} \int_{a_0}^{\mathbf{a}^*} \mathbf{a}^{-1.5} d\mathbf{a} = \frac{1}{-0.5 \mathbf{B}} \left[ -\frac{1}{\sqrt{a}} \right]_{a_0}^{\mathbf{a}^*} = \frac{1}{0.5 \mathbf{B}} \left[ \frac{1}{\sqrt{a_0}} - \frac{1}{\sqrt{a^*}} \right]$  (6)  $\mathbf{J} = \mathbf{280}$  j (3 pts)

Avec les valeurs numériques données, on obtient un nombre de tirs N = 11 240, soit un nombre de jours J = N/40 = 11 240/40 = 280 j

#### 9. EXERCICE n° 9

#### 9.a) Méthodes d'amélioration de la limite d'élasticité R<sub>e0.2</sub>

Associez l'une des courbes A, B et C à l'une des méthodes d'amélioration.

Méthode d'amélioration	
Durcissement par écrouissage	
Durcissement par affinement du grain	A
Durcissement par eutectique	
Durcissement par solution solide	<b>A</b> + B
Durcissement par trempe martensitique	
Durcissement structural	A+B+C

(3 pts)

## 9.b) Limite d'élasticité $R_{\rm e0,2}$ de l'acier à 0,1 %m C et ayant une taille de grain égale à 20 $\mu$ m

Cette valeur est aisément déduite d'une lecture sur le graphique donné en annexe

$$R_{e0,2} = 195$$
 MPa (1 pt)

# 9.c) Limite d'élasticité $R_{e0,2}$ de l'acier à 0,1 %m C et 0,8 %m Mn Justification :

Sur le graphique donné en annexe, on constate que le durcissement par solution solide dû une addition de 1,2 % de Mn se traduit par un translation positive de  $\approx$  110 MPa de la droite de Hall-Petch caractérisant l'acier à 0,1 %C sans manganèse. Puisque l'on suppose que l'effet durcissant du Mn est proportionnel à la concentration en Mn, cet effet se traduit par un durcissement de (110 MPa/1,2 %) = 91,7 MPa/% Mn

Pour un acier contenant 0,8 % Mn, l'effet de durcissement par solution solide est donc égal à 91,7x0,8 = 73,3 MPa.

Cette valeur est à ajouter à la valeur de la limite d'élasticité d'un acier à 0,1 %C sans manganèse ayant une taille de grain de  $15 \mu m$ , soit  $\approx 220 \text{ MPa}$  (voir annexe).

On obtient ainsi la valeur de (220 + 73,3) MPa = 293 MPa

#### 10. EXERCICE n° 10

#### 10.a) Composition nominale Co de l'acier

Justification:

En appliquant la règle des bras de leviers aux constituants, on obtient :

$$\mathbf{f_{\alpha}} = 50 \% = 0.5 = (0.8 - \mathbf{C_0})/(0.8 - 0)$$
  
 $\mathbf{C_0} = 0.8 - \mathbf{f_{\alpha}}(0.8) = 0.4 \% \text{m C}$ 

$$C_0 = 0,4 \text{ %m}$$
 (1 pt)

# 10.b) Phases en présence à 724 °C

	Phases en équilibre		
Nom ou symbole	Composition (%m C)	Fraction (%m)	
Ferrite (α)	0,02	51,2	
Austénite (γ)	0,8	48,8	(2 pts

#### 10.c) Traitements thermiques pour obtenir une dureté de 44 HRC

Traitement n° 1		
Étape	Température (°C)	Durée (en secondes)
Austénitisation	840	selon dimension pièce
Trempe isotherme bainitique	370	> 230 s
Traitement	n° 2	
Étape	Étape Température (°C) Durée (en seco	
Austénitisation	840	selon dimension pièce
Trempe à l'eau	25	instantanée
Revenu isotherme	420	7200 s

# 11. EXERCICE n° 11

Identifiez les affirmations proposées qui sont fausses (inscrivez **F** dans les cases appropriées). <u>Attention</u> : une mauvaise réponse en annule une bonne.

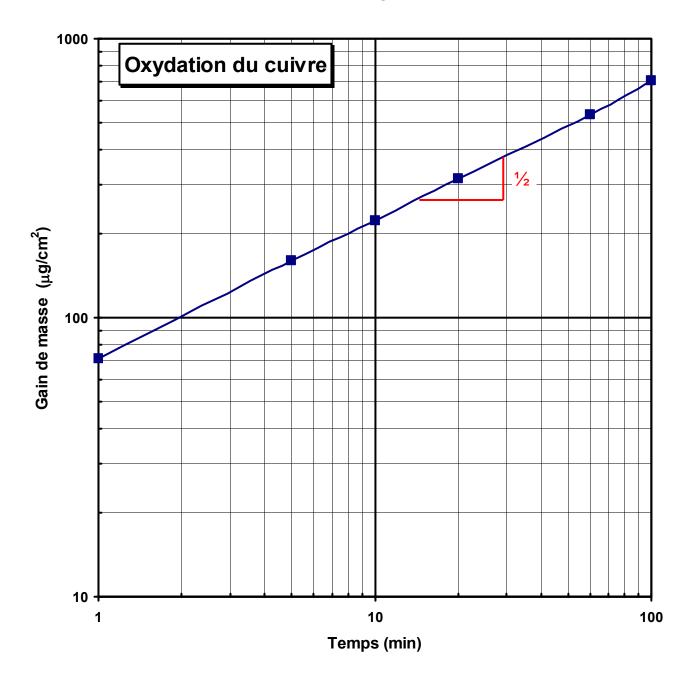
Plus la température de fusion d'un matériau est élevée, plus son coefficient de dilatation thermique est élevé.	F
Les matériaux covalents ont un module d'Young en général plus élevé que celui des matériaux à liaisons Van der Waals.	
Si l'on sollicite un matériau en traction uniaxiale selon l'axe z, son coefficient de Poisson $\mathbf v$ est égal à la valeur absolue du rapport de la déformation principale $\mathbf \varepsilon_{\mathbf z}$ à la déformation secondaire ( $\mathbf \varepsilon_{\mathbf x}$ ou $\mathbf \varepsilon_{\mathbf y}$ ) ( $\mathbf v = \left  \mathbf \varepsilon_{\mathbf z} / \mathbf \varepsilon_{\mathbf x} \right  = \left  \mathbf \varepsilon_{\mathbf z} / \mathbf \varepsilon_{\mathbf y} \right $ )	F
Les matériaux à liaisons covalentes tels que le diamant sont fragiles car ils ne contiennent pas de dislocations pouvant assurer leur ductilité.	F
Dans un matériau ductile, la mise en mouvement des dislocations se produit quand la limite conventionnelle d'élasticité R <sub>e0,2</sub> est atteinte.	F
Le coefficient de concentration de contrainte K <sub>t</sub> est un paramètre qui caractérise la ténacité d'un matériau.	F
Quand le facteur d'intensité de contrainte K, associé à une fissure, atteint la valeur critique K <sub>IC</sub> , il y a rupture brutale apparemment fragile du matériau.	
La compacité des métaux ayant un réseau de Bravais cubique centré (CC) est la plus élevée possible.	F
Plus la taille des grains d'un métal est petite, plus sa limite d'élasticité est élevée.	
Dans les métaux ductiles de structure cubique à faces centrées (CFC), les systèmes de glissement cristallographique sont de type {110}<111>	F
Le glissement cristallographique apparaît en premier dans le système de glissement qui possède le facteur de Schmid le plus élevé.	

(7 pts)

(6 pts)

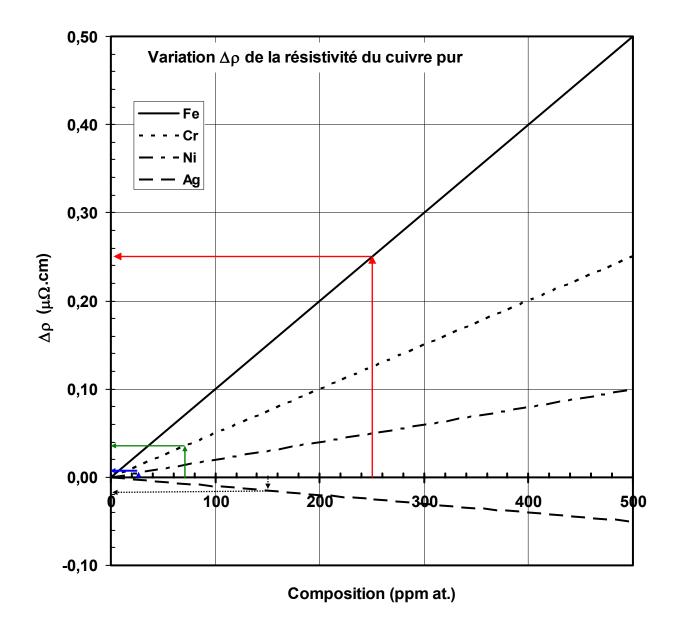


## **ANNEXES**





Exercice n° 2 : Influence du pourcentage atomique d'impureté sur la résistivité électrique du cuivre pur





## **ANNEXES**

Exercice n° 9 : Méthodes d'amélioration de la limite d'élasticité

