ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Le génie sans frontières

Questionnaire Contrôle périodique 1

MTR1035C

Sigle du cours

Corrigé

Identification de l'étudiant(e)	
Nom :	**Prénom :**
Signature :	**Matricule :**

Réservé	
Q1	/9
Q2	/10
Q3	/6
	/25

Sigle et titre du cours	Groupe	Trimestre
MTR1035C Matériaux	**1**	**Automne 2010**
Professeur	*Local*	*Téléphone*
Richard Lacroix	**AA-6489**	**4767**

Jour	Date	Durée	Heures
Mercredi	**29 septembre 2010**	**1 h 30**	**18 h 30 - 20 h 00**

Documentation	Calculatrice	
[X] Aucune [ ] Toute [ ] Voir directives particulières	[ ] Aucune [ ] Toutes [X] Non programmable	**Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.**

Directives particulières

1. **Pour les questions nécessitant des calculs ou une justification, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
2. Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs.
3. À la fin de ce document, vous avez le formulaire général. Vous pouvez détacher cette page.
4. Vous devez remettre les 10 premières pages de ce document, incluant la page titre.

Important

Ce contrôle contient **3** questions sur un total de **10** pages.
(excluant cette page)
La pondération de ce contrôle est de **25** %

Vous devez répondre sur : [X] le questionnaire [ ] le cahier [ ] les deux

Vous devez remettre le questionnaire : [X] oui [ ] non

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Question N°1 (9 points)

On effectue un essai de traction sur une éprouvette de 10 mm de diamètre et de 150 mm de longueur. On observe que : le diamètre s'est réduit de 3,5 µm sous une charge de 6 kN durant la déformation élastique; et que la limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ est atteinte pour une force de 39 kN et un allongement total de 1,36 mm. La force maximale que peut supporter l'éprouvette est de 43 kN.

a) Quelle est la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % de déformation plastique de cet alliage ? *Indiquez vos unités.* (1 point)

Calculs ou justifications :

$$R_{e_{0,2}} = \frac{F_{e_{0,2}}}{S_0} = \frac{39 \times 10^3\ N}{\left[\frac{\pi}{4}(10 \times 10^{-3}\ m)^2\right]} = 496,6\ MPa$$

$R_{e0,2}$ = 496,6 MPa

b) Quelle est la résistance à la traction de cet alliage ? *Indiquez vos unités.* (1 point)

Calculs ou justifications :

$$R_m = \frac{F_m}{S_0} = \frac{43 \times 10^3\ N}{\left[\frac{\pi}{4}(10 \times 10^{-3}\ m)^2\right]} = 547,5\ MPa$$

R_m = 547,5 MPa

c) Quelle est la déformation totale ε_t (en %) sous une charge de 39 kN ? (1 point)

Calculs ou justifications :

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1,36\ mm}{150\ mm} = 9,07 \times 10^{-3} = 0,907\ \%$$

ε_t = 0,907 **%**

d) Quel est le module d'Young de ce matériau ? *Indiquez vos unités.* (2 points)

Calculs ou justifications :

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_{élastique}} = \frac{R_{e_{0,2}}}{(\varepsilon_t - 0,2\ \%)} = \frac{496,6 \times 10^6\ Pa}{(9,07 \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3})} = 70,2\ GPa$$

E =	**70,2 GPa**

e) Quel est le coefficient de Poisson de ce matériau ? (2 points)

Calculs ou justifications :

On sait que le coefficient de Poisson est un rapport de deux déformations élastiques sous l'action d'une contrainte : $\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$. Dans notre cas :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{diamétral}}{\varepsilon_{longitudinal}} = \frac{\left(\frac{\Delta d}{d_0}\right)}{\left(\frac{\sigma}{E}\right)} = -\frac{(\Delta d)E}{d_0\left(\frac{4F}{\pi d_0^2}\right)} = -\frac{\pi d_0(\Delta d)E}{4F}$$

$$= -\frac{\pi(10 \times 10^{-3}\ m)(-3,5 \times 10^{-6}\ m)(70,2 \times 10^9\ N \cdot m^{-2})}{4(6 \times 10^3\ N)}$$

$$= 0,32$$

ν =	**0,32**

f) Quelle est l'énergie élastique emmagasinée $W_{él}$ dans l'éprouvette sous une force de 40 kN ? *Indiquez vos unités.* (2 points)

Calculs ou justifications :

On sait que l'énergie élastique emmagasinée par unité de volume est : $w_{él} = \frac{\sigma^2}{2E}$.

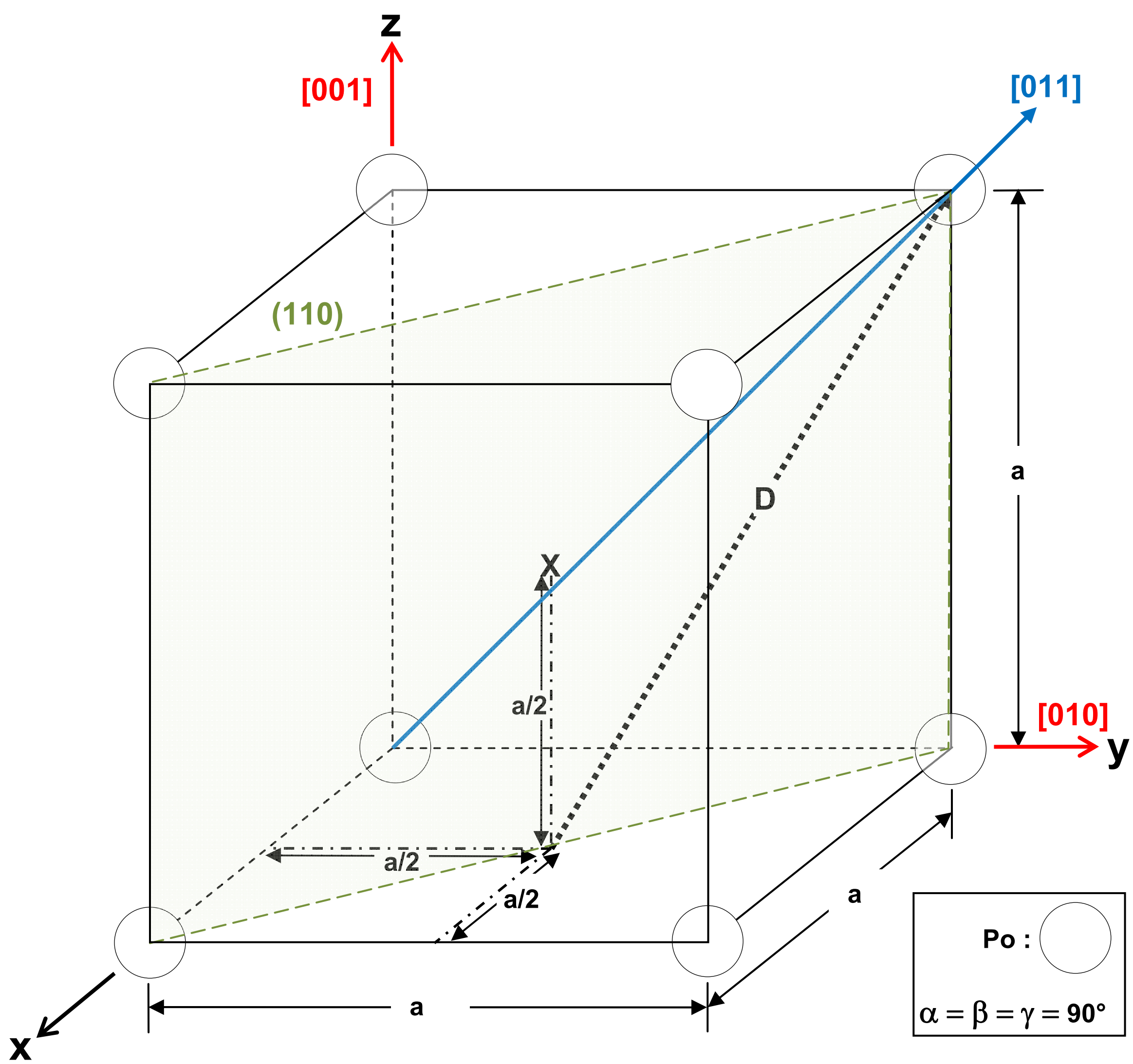
Il suffit de multiplier cette valeur par le volume de l'éprouvette (de section droite S_0 et de longueur l_0) pour avoir $W_{él}$, l'énergie élastique emmagasinée.

$$W_{él} = w_{él}V = \frac{\left[\frac{F}{S_0}\right]^2}{2E}S_0 l_0 = \frac{F^2 l_0}{2ES_0} = \frac{2F^2 l_0}{\pi E d_0^2} = \frac{2(40 \times 10^3 N)^2(0{,}15\ m)}{\pi\left(70{,}2 \times 10^9 \frac{N}{m^2}\right)(10 \times 10^{-3} m)^2} = 21{,}76\ J$$

$W_{él}$ =	**21,76 J**

Question N°2 (10 points)

La maille élémentaire du polonium (Po) est représentée ci-dessous.



Masse atomique :	209 g/mole
Rayon de l'atome : (1 pm = 10^{-12} m)	167,9 pm

- **Nombre d'Avogadro : N_A** = 6,022 x 10^{23} mol^{-1}
- Les atomes sont tangents dans les directions <100>.

a) Quel est le réseau de Bravais du polonium ? (0,5 point)

Cubique simple

b) Quel est le motif ? (0,5 point)

Un atome de polonium centré sur chaque nœud.

c) Quels sont les indices de la direction **D** ? (0,5 point)

Calculs ou justifications :

Point d'arrivée - point de départ = (0,1,1) - (½,½,0) = (-½,½,1) ➔ $[\bar{1}12]$

Indices : $[\bar{1}12]$

d) Identifiez le site X. (0,5 point)

C'est le site cubique.

e) Quel est le paramètre de la maille a (en pm) ? (1 point)

Calculs ou justifications :

Dans une maille cubique simple, les atomes se touchent selon une direction <100>.

Alors, a = 2R = 2 (167,9 pm) = 335,8 pm

a = 335,8 **pm**

f) Quelle est la masse volumique théorique ρ (en g/cm³) du polonium ? (1,5 point)

Calculs ou justifications :

Dans la maille cubique simple, il y a un atome à chaque sommet de la maille et cet atome est partagé entre 8 mailles. Un cube a 8 sommets alors le nombre d'atomes en propre est : 8 × ⅛ = 1. Il y a 1 atome de polonium de masse atomique A_{Po} dans un cube ayant une arête de 335,8 pm, sa masse volumique *ρ* est :

$$\rho = \frac{m_{maille}}{V_{maille}} = \frac{\frac{A_{Po}}{N_A}}{(\|\vec{a}\|)^3} = \frac{\left(\frac{209\ g\cdot mol^{-1}}{6,022\times 10^{23}\ mol^{-1}}\right)}{(335,8\times 10^{-10}\ cm)^3} = 9,17\ g/cm^3$$

ρ = 9,17 **g/cm³**

g) Quelle est la densité surfacique (en atomes/nm^2) d'atomes de polonium dans le plan (110) ? (1 point)

Calculs ou justifications :

Nombre d'atomes en propre dans le plan (110) [en vert sur la figure de la page 3] :

contribution des atomes aux sommets du parallélogramme :

$$4 \times \frac{1}{4} = 1;$$

surface du parallélogramme : base × hauteur

$$D_{(110)} = \frac{1}{(a)(a\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}a^2} = \frac{1}{\sqrt{2}(0,3358\ nm)^2} = 6,27\ atomes/nm^2$$

D$_{(110)}$ = 6,27 atomes/nm^2

h) Quelle est la compacité de cette maille ? (2 points)

Calculs ou justifications :

Dans la maille cubique simple, il y a un atome à chaque sommet de la maille et cet atome est partagé entre 8 mailles. Un cube a 8 sommets alors, le nombre d'atomes en propre dans la maille est : 8 × ⅛ = 1. De plus, dans cette maille, les atomes se touchent selon <100>. Alors, a = 2R où R est le rayon de l'atome de polonium et a le paramètre de la maille. La compacité C est le rapport entre le volume occupé par les atomes en propre de la maille V_{atomes} sur le volume de la maille V_{maille}.

La compacité de la maille cubique simple du polonium est de :

$$C = \frac{V_{atomes}}{V_{maille}} = \frac{1\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{a^3} = \frac{1\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{(2R)^3} = \frac{\pi}{6} \cong 52,4\ \%$$

Compacité = 52,4 %

i) Donnez les indices d'un système de glissement (plan et direction) du polonium ? *Justifiez votre réponse.* (1 point)

Calculs ou justifications :

En inspectant la figure représentant la maille élémentaire du polonium, on remarque les plans {100} et les directions <100> sont respectivement les plans et les directions les plus denses car les atomes dans ces plans et selon ces directions sont tangents entre eux. Un système de glissement est constitué d'un plan dense et d'une direction dense appartenant à ce plan. Comme, par exemple, le système (100) [010].

Note : D'autres systèmes sont possibles.

D'ailleurs on vous en donne un à la question n°2 j).

plan : (100)	**direction :** [010]

j) On applique une contrainte de 10 MPa dans la direction [011], quelle est la valeur de la cission τ orientée selon une direction [001] et incluse dans le plan (010) ? (1,5 point)

Calculs ou justifications :

C'est une application directe de la loi de Schmid : $\tau = \sigma \cos\theta \cos\chi$.

En dessinant les 2 directions et la normale au plan (010) sur la figure représentant la maille à la page 3, on remarque facilement que : $\theta = \chi = 45°$.

Il ne reste qu'à appliquer la loi de Schmid.

On peut aussi utiliser le produit scalaire pour trouver les valeurs de :

$$\cos\theta = \frac{[001]\cdot[011]}{\|[001]\|\|[011]\|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ et } \cos\chi = \frac{[010]\cdot[011]}{\|[010]\|\|[011]\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Avec σ = 10 MPa, on a :

$$\tau = \sigma\cos\theta\cos\chi = (10\ MPa)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 5\ MPa$$

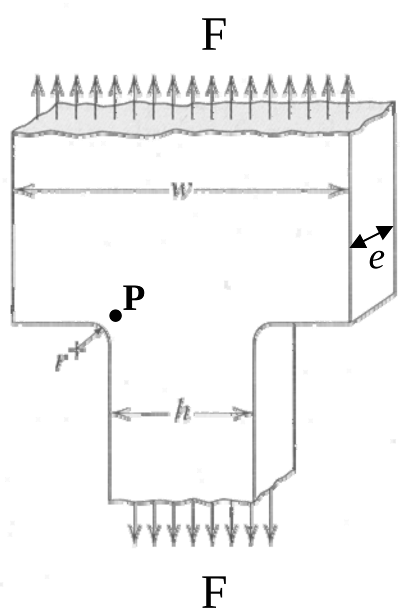
τ = 5 **MPa**	

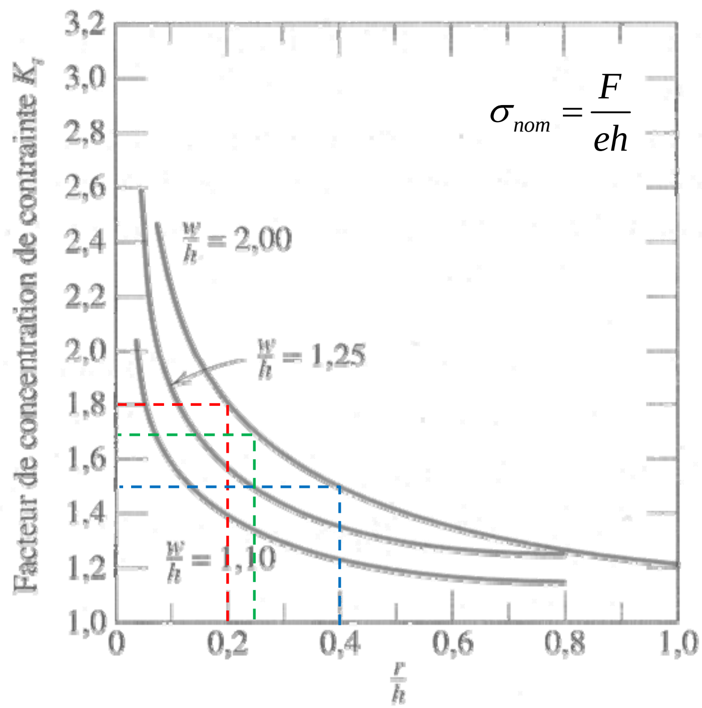
Question N°3 (6 points)

Voici une partie d'une éprouvette sous traction dont les dimensions sont :

w = 40 mm, h = 20 mm, e = 6 mm et r = 4 mm.

Vous disposez d'un graphique donnant le facteur de concentration de contrainte K_t en fonction des dimensions de votre éprouvette.





a) Calculez la valeur de la contrainte au point P lorsque la force appliquée de l'extérieur est de 30 kN. (2 points)

Calculs ou justifications :

Avec le graphique, on trouve, pour :

r/h = 4 mm / 20 mm = 0,20 et w/h = 40 mm / 20 mm = 2,00, une valeur de $K_t \approx 1,8$ (voir ligne en tirets rouge sur le graphique).

La contrainte en P est :

$$\sigma_P = K_t \sigma_{nom} = K_t \left(\frac{F}{eh}\right) = (1,8)\left(\frac{30 \times 10^3\ N}{(6 \times 10^{-3}\ m)(20 \times 10^{-3}\ m)}\right) = 450\ MPa$$

σP = 450	**MPa**

b) Quelle **doit** être l'augmentation du rayon de courbure au point P pour que cette contrainte soit réduite de 15 % ? (2 points)

Calculs ou justifications :

La nouvelle contrainte au point P, σ_{Pr}, est :

σ_{Pr} = (1 - 15 %) (450 MPa) = 382,5 MPa

Le nouveau facteur de concentration de contrainte est :

$$K_t = \frac{\sigma_{Pr}}{\sigma_{nom}} = \frac{eh\sigma_{Pr}}{F} = \frac{(6 \times 10^{-3}\ m)(20 \times 10^{-3}\ m)\left(382,5 \times 10^6\ {}^{N}/_{m^2}\right)}{30 \times 10^3\ N} = 1,53$$

Sur la courbe w/h = 40 mm/ 20 mm = 2,00, on a, pour K_t = 1,53, ${}^{r}/_{h} \approx 0,4$ (voir ligne en tirets bleu).

Dans ce cas, r = 0,4 (20 mm) = 8 mm et Δr = 8 mm - 4 mm = 4 mm.

Il faudra doubler le rayon de courbure pour diminuer la contrainte locale de 15 %.

Δr = 4	**mm**

Vous disposez aussi des caractéristiques suivantes d'un laiton pour cartouches qu'on veut utiliser pour faire l'éprouvette:

Désignation	C26000
Composition chimique (% massique)	70 Cu; 0,07 Pb; 0,05 Fe (max.); Zn, le reste.
E	110 GPa
G	40,7 GPa
Coefficient de dilatation linéique	$19{,}9 \times 10^{-6}$ (°C)$^{-1}$
Masse volumique	8,53 g/cm^3

État	**Recuit (état O)**	**Écroui (état H04)**
$R_{e0,2}$	150 MPa	435 MPa
R_m	365 MPa	525 MPa
A	54 %	8 %
Taille moyenne des grains	10 µm	10 µm

c) Dans quel état, recuit ou écroui, doit être le laiton pour qu'il n'y ait pas de déformation plastique au point P lorsque le rayon de courbure r à ce point est de 5 mm ? *Justifiez votre réponse.* (1 point)

Calculs ou justifications :

Pour qu'il n'y ait pas de déformation plastique au point P, il faut que la contrainte locale soit inférieure à la limite d'élasticité du matériau. Or, pour :r/h = 5 mm/ 20 mm = 0,25 et w/h = 40 mm/ 20 mm = 2,00, une valeur de $K_t \approx 1,68$ (voir ligne en tirets vert). La contrainte en P est :

$$\sigma_P = K_t \sigma_{nom} = K_t \left(\frac{F}{eh}\right) = (1,68)\left(\frac{30 \times 10^3\ N}{(6 \times 10^{-3}\ m)(20 \times 10^{-3}\ m)}\right) = 420\ MPa$$

Seul le laiton à l'état écroui a une limite d'élasticité supérieure à 420 MPa.

État (recuit ou écroui) : écroui

d) Quelle est la valeur de la cission critique de glissement dans le laiton C26000 à l'état écroui ? *Justifiez votre réponse*. (1 point)

Calculs ou justifications :

Dans un matériau polycristallin, on sait que : $\tau^* \approx \frac{R_{e0,2}}{2}$

Ici, $\tau^* \approx \frac{(435\ MPa)}{2} \approx 217\ MPa$

τ* =	**217**	**MPa**

Bonne chance,

Richard Lacroix, chargé de cours.