



ÉCOLE  
POLYTECHNIQUE  
MONTREAL

Questionnaire  
Contrôle  
périodique

MTR1035C

Sigle du cours

**CORRIGÉ**

| Identification de l'étudiant(e)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   | Réservé    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------|
| Nom :                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                     | Prénom :                                                                                                                                                                                                 |                   | Q1         |
| Signature :                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                     | Matricule :                                                                                                                                                                                              | Groupe :          | /6         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   | Q2         |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   | /11        |
| Sigle et titre du cours                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                     | Groupe                                                                                                                                                                                                   | Trimestre         | Q3         |
| MTR1035C Matériaux                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                     | 01                                                                                                                                                                                                       | Automne 2011      | /4         |
| Professeurs                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                     | Local                                                                                                                                                                                                    | Téléphone         | Q4         |
| Richard Lacroix                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                     | A-476                                                                                                                                                                                                    | 4771              | /4         |
| Jour                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Date                                                                                                                                                | Durée                                                                                                                                                                                                    | Heures            | <b>/25</b> |
| Mercredi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 28 septembre 2011                                                                                                                                   | 1 h 30                                                                                                                                                                                                   | 18 h 30 - 20 h 00 |            |
| Documentation                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                     | Calculatrice                                                                                                                                                                                             |                   |            |
| <input checked="" type="checkbox"/> Aucune<br><input type="checkbox"/> Toute<br><input type="checkbox"/> Voir directives particulières                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                     | <input type="checkbox"/> Aucune<br><input type="checkbox"/> Toutes<br><input checked="" type="checkbox"/> Non programmable<br>Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits. |                   |            |
| Directives particulières                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |
| 1. Les nombres entre parenthèses indiquent le nombre de points accordés à la question, le total est de <b>25</b> points.<br>2. <b>Pour les questions nécessitant des calculs ou une justification, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.</b><br>3. Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs.<br>4. Un formulaire général est à la dernière page, vous pouvez le détacher |                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |
| <b>Important</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Cet examen contient <b>4</b> questions sur un total de <b>10</b> pages.<br>(excluant cette page)                                                    |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | La pondération de cet examen est de <b>25</b> %                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Vous devez répondre sur : <input checked="" type="checkbox"/> le questionnaire <input type="checkbox"/> le cahier <input type="checkbox"/> les deux |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Vous devez remettre le questionnaire : <input checked="" type="checkbox"/> oui <input type="checkbox"/> non                                         |                                                                                                                                                                                                          |                   |            |

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

## Question N°1

## Essai de traction

(6 points)

Un essai de traction est effectué sur un matériau inconnu à partir d'une éprouvette tel qu'illustré à la figure 1. Les résultats bruts de l'essai sont donnés sous la forme d'un graphique de la force appliquée en fonction de l'allongement. On ne montre ici que les résultats du début de l'essai (sans inclure les valeurs jusqu'à la rupture).

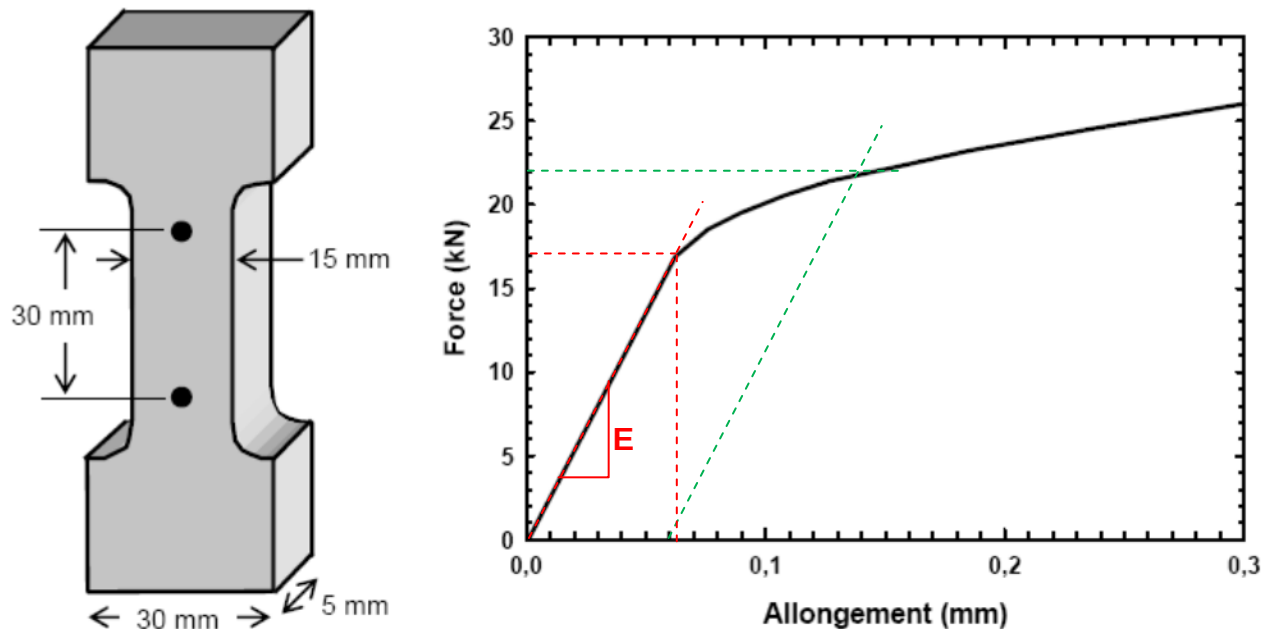


Figure 1 : Éprouvette de traction et courbe force-allongement.

a) Quel est le module d'élasticité en traction (en GPa) ?

(1 point)

**Calculs ou justifications :**

En prenant le segment linéaire de la courbe de traction (voir la droite inclinée en tirets rouges), on a :

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\left(\frac{F}{S_0}\right)}{\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)} = \frac{F l_0}{S_0(\Delta l)} = \frac{(17 \times 10^3 \text{ N})(30 \times 10^{-3} \text{ m})}{[(15 \times 10^{-3} \text{ m})(5 \times 10^{-3} \text{ m})](0,062 \times 10^{-3} \text{ m})} = 109,7 \text{ GPa}$$

**E = 110 GPa**

- b) Quelle est la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % de déformation plastique (en MPa) ?  
(2 points)

**Calculs ou justifications :**

Pour  $\varepsilon_p = 0,2\%$ , on a :  $\varepsilon_p = 0,002 = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{\Delta l}{30 \text{ mm}} \Rightarrow \Delta l = (2 \times 10^{-3})(30 \text{ mm}) = 0,06 \text{ mm}$

On a un allongement de 0,06 mm lorsque la déformation est de 0,2%. En faisant la construction graphique d'une droite (en tirets verts) de même pente que la portion droite de la courbe de traction (celle qu'on a pour les petits allongements qui sont élastiques) et passant par le point (0,6 mm ; 0 N), on trouve que cette droite coupe la courbe de traction pour une force de 22 kN. Alors  $R_{e0,2}$ , la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % de déformation plastique, est de :

$$R_{e0,2} = \frac{22 \times 10^3 \text{ N}}{(15 \times 10^{-3} \text{ m})(5 \times 10^{-3} \text{ m})} = 293,3 \text{ MPa}$$

|              |            |            |
|--------------|------------|------------|
| $R_{e0,2} =$ | <b>293</b> | <b>MPa</b> |
|--------------|------------|------------|

- c) À partir de quelle contrainte (en MPa) débute le glissement irréversible des dislocations ?  
(1 point)

**Calculs ou justifications :**

Le glissement irréversible des dislocations commence au début de la déformation plastique, c'est-à-dire à  $R_e$ . La force maximale  $F_e$  que peut supporter l'éprouvette sans se déformer plastiquement est de :  $F_e = 17 \text{ kN}$  (voir la droite horizontale en tirets rouges). Alors :

$$R_e = \frac{F_e}{S_0} = \frac{17 \times 10^3 \text{ N}}{(15 \times 10^{-3} \text{ m})(5 \times 10^{-3} \text{ m})} = 226,7 \text{ MPa}$$

|            |            |            |
|------------|------------|------------|
| $\sigma =$ | <b>227</b> | <b>MPa</b> |
|------------|------------|------------|

- d) Quel serait l'allongement (en mm) d'une tige cylindrique faite de ce matériau, de longueur initiale de 250 mm et de diamètre initial de 10 mm, soumise à une contrainte de traction de 180 MPa ?  
(2 points)

**Calculs ou justifications :**

À 180 MPa, le matériau subit seulement une déformation élastique ( $\sigma < R_e$ ). En appliquant la loi de Hooke, on a :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{180 \times 10^6 \text{ Pa}}{110 \times 10^9 \text{ Pa}} = 1,64 \times 10^{-3}$$

Pour une longueur initiale  $l_0$  de 250 mm, on a un allongement  $\Delta l$  :

$$\Delta l = \varepsilon l_0 = (1,64 \times 10^{-3})(250 \text{ mm}) = 0,41 \text{ mm}$$

|              |             |           |
|--------------|-------------|-----------|
| $\Delta l =$ | <b>0,41</b> | <b>mm</b> |
|--------------|-------------|-----------|

**Question N°2**

**Cristallographie du fer**

**(11 points)**

La maille cristalline élémentaire du fer (Fe) est représentée à la figure 2 ci-dessous. Le rayon atomique  $r_{Fe}$  du fer est égal à 0,1241 nm.

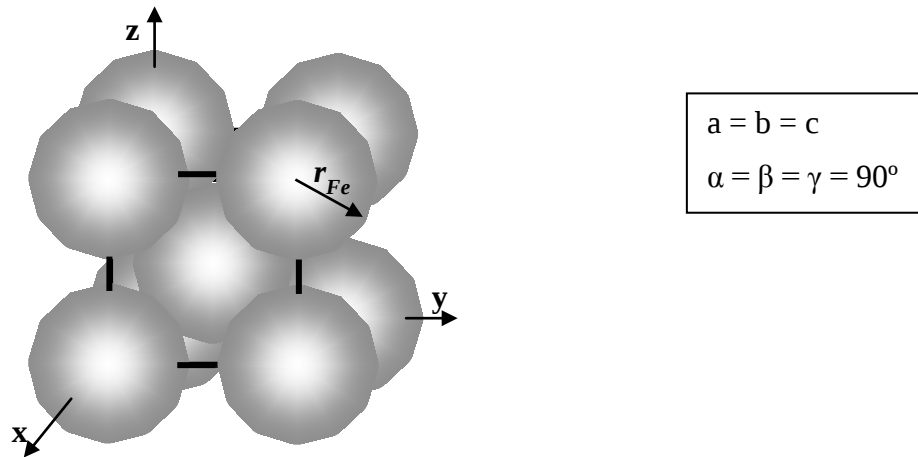


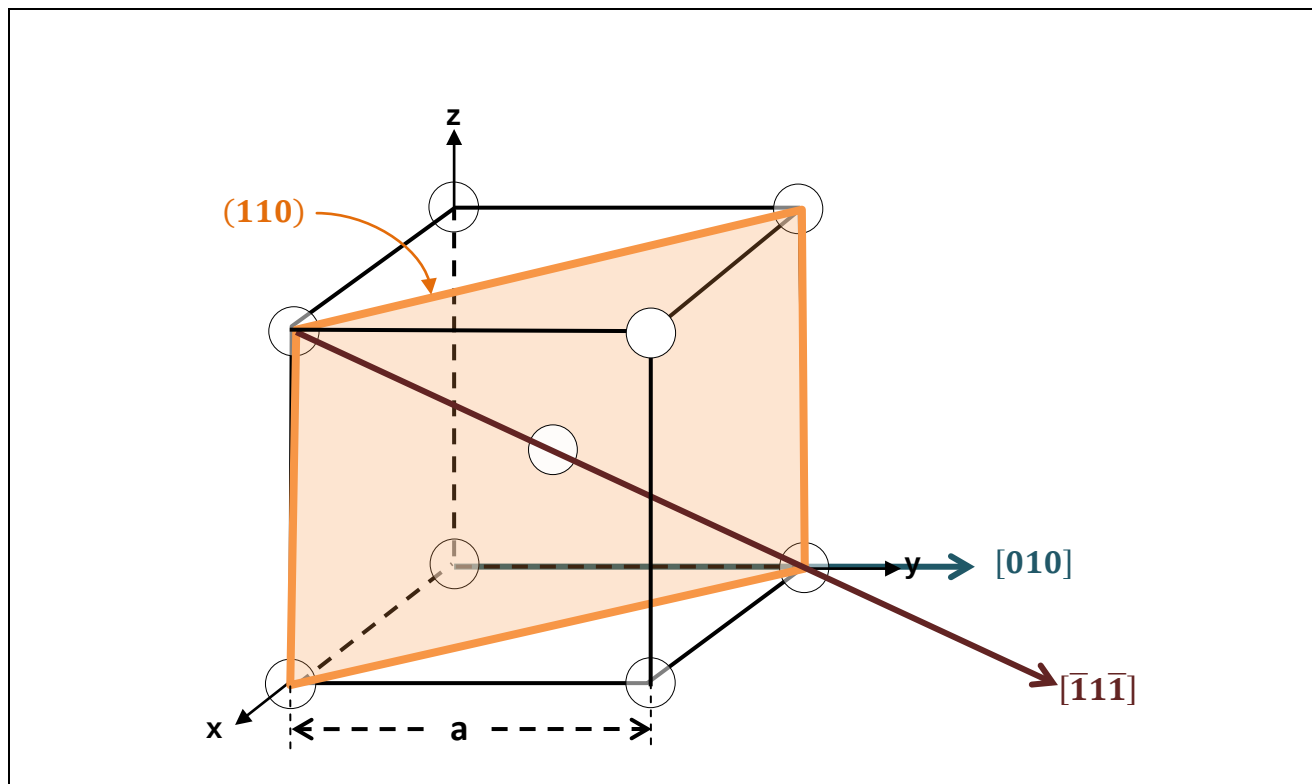
Figure 2 : Maille élémentaire du fer.

a) Quel est le réseau de Bravais du fer ?

(1 point)

**Réponse :** Cubique centré

b) À l'intérieur de la maille élémentaire ci-dessous, dessinez les directions  $[010]$  et  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  ainsi que le plan  $(110)$ . Identifiez le plan et les directions. (3 points)

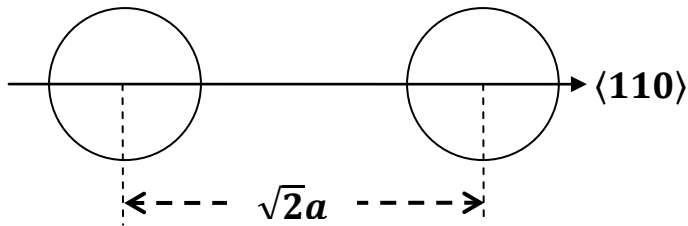


- c) Parmi les familles de directions  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$ , démontrez, à l'aide de calculs, que celles de la famille  $\langle 111 \rangle$  sont les plus denses dans une maille élémentaire du fer. (3 points)

**Démonstration :**

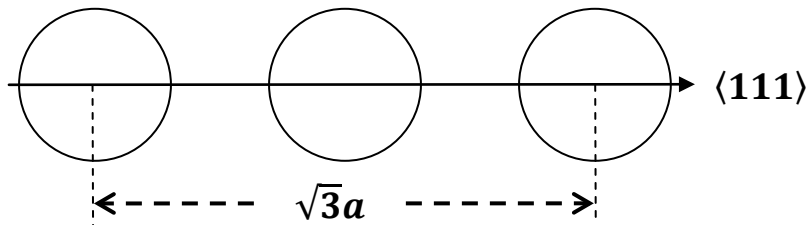
Pour une maille cubique centrée dont le paramètre de réseau est  $a$  (voir la figure de la réponse à la question 2b), on a comme densité linéaire  $d$  :

**1. Pour la direction  $\langle 110 \rangle$  :**



$$\text{où } d_{\langle 110 \rangle} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}}{2a} \cong \frac{0,707}{a}$$

**2. Pour la direction  $\langle 111 \rangle$  :**



$$\text{où } d_{\langle 111 \rangle} = \frac{1 + 2 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{3}a} = \frac{2\sqrt{3}}{3a} \cong \frac{1,155}{a}$$

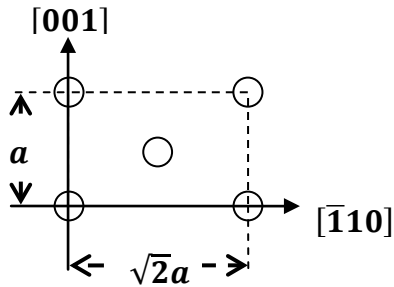
On remarque que  $d_{\langle 111 \rangle} > d_{\langle 110 \rangle}$ .

- d) Parmi les familles de plans  $\{110\}$  et  $\{100\}$ , démontrez, à l'aide de calculs, que ceux de la famille  $\{110\}$  sont les plus denses dans une maille élémentaire du fer. (4 points)

**Démonstration :**

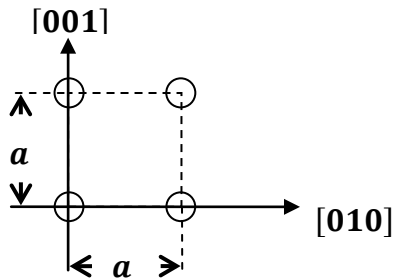
Pour une maille cubique centrée dont le paramètre de réseau est  $a$  (voir la figure de la réponse à la question 2b), on a comme densité surfacique  $D$  :

**1. Pour le plan(110) :**



$$D_{(110)} = \frac{4 \times \frac{1}{4} + 1}{\sqrt{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{a^2} \cong \frac{1,414}{a^2}$$

**2. Pour le plan(100) :**



$$D_{(100)} = \frac{4 \times \frac{1}{4}}{a^2} = \frac{1}{a^2}$$

On remarque que :  $D_{(110)} > D_{(100)}$

**Question N°3 Cission d'un monocristal de fer (4 points)**

On réalise un essai de traction sur un monocristal de fer de très haute pureté et non écroui. La force de traction est appliquée le long de la direction  $[010]$ . L'angle  $\chi$  est l'angle entre la normale du plan de glissement  $(110)$  et l'axe de traction, alors que l'angle  $\theta$  est l'angle entre la direction de glissement  $[\bar{1}1\bar{1}]$  et l'axe de traction.

Perpendiculaire à la force appliquée, l'aire de la section du monocristal est égale à  $50 \text{ mm}^2$ . Sur la surface du monocristal, on constate l'apparition des premiers signes de glissement cristallographique quand la force atteint  $3,26 \text{ kN}$ .

- a) Quelle est la cission critique  $\tau^*$  (en MPa) caractéristique du glissement cristallographique dans le fer de très haute pureté ? (3 points)

**Calculs :**

C'est une application directe de la loi de Schmid pour un monocristal :  $\tau = \left(\frac{F}{S_0}\right) \cos \theta \cos \chi$

où  $F = 3,26 \text{ kN}$  et  $S_0 = 50 \text{ mm}^2$ .

En faisant les produits scalaires, on trouve les valeurs de :

$$\cos \theta = \frac{[010] \cdot [\bar{1}1\bar{1}]}{\| [010] \| \| [\bar{1}1\bar{1}] \|} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ et } \cos \chi = \frac{[010] \cdot [110]}{\| [010] \| \| [110] \|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Alors :

$$\tau^* = \left(\frac{F}{S_0}\right) \cos \theta \cos \chi = \left(\frac{3,26 \times 10^3 \text{ N}}{50 \times 10^{-6} \text{ m}^2}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 26,6 \text{ MPa}$$

|            |             |            |
|------------|-------------|------------|
| $\tau^* =$ | <b>26,6</b> | <b>MPa</b> |
|------------|-------------|------------|

- b) Que se passe-t-il physiquement à l'échelle microscopique quand le glissement cristallographique commence à se manifester dans le monocristal ? (1 point)

**Réponse :**

**Les dislocations se mettent en mouvement.**

## Question N°4 Concentrations de contraintes (4 points)

Une pièce d'acier doux, dont les propriétés mécaniques sont énumérées au tableau 1, est sollicitée en traction par l'entremise d'une force  $F$ . Les dimensions de la pièce ayant une épaisseur de 5 mm sont données à la figure 3.

Tableau 1 : Propriétés mécaniques de l'acier doux.

| $E$ (GPa) | $R_e$ (MPa) | $R_m$ (MPa) | $A$ (%) |
|-----------|-------------|-------------|---------|
| 210       | 300         | 420         | 20      |

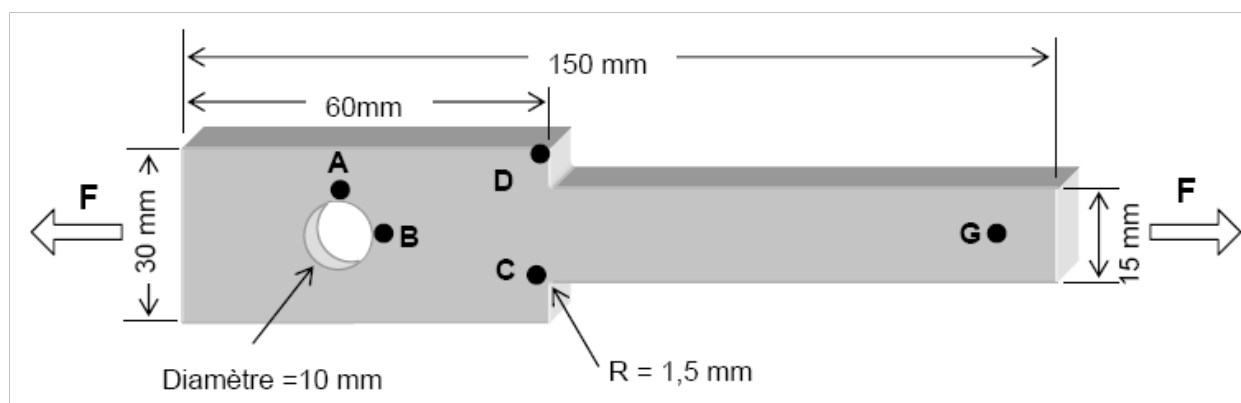


Figure 3 : Pièce en acier doux.

On considère que, près d'une discontinuité, la contrainte nominale est calculée sur la plus petite section. Vous disposez aussi des graphiques servant à trouver le facteur de concentration de contrainte associé à une plaque trouée (figure 4) et à une plaque avec un épaulement (figure 5).

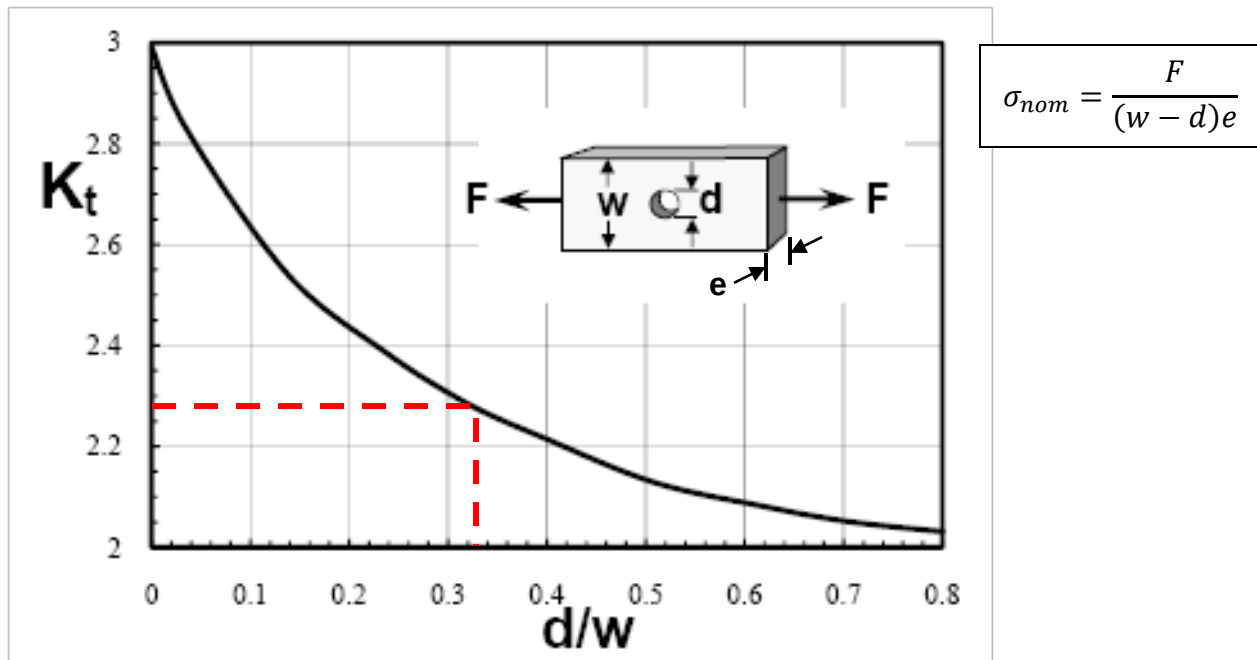


Figure 4 : Graphique de concentration de contraintes pour une plaque trouée soumise à une traction ou une compression axiale.

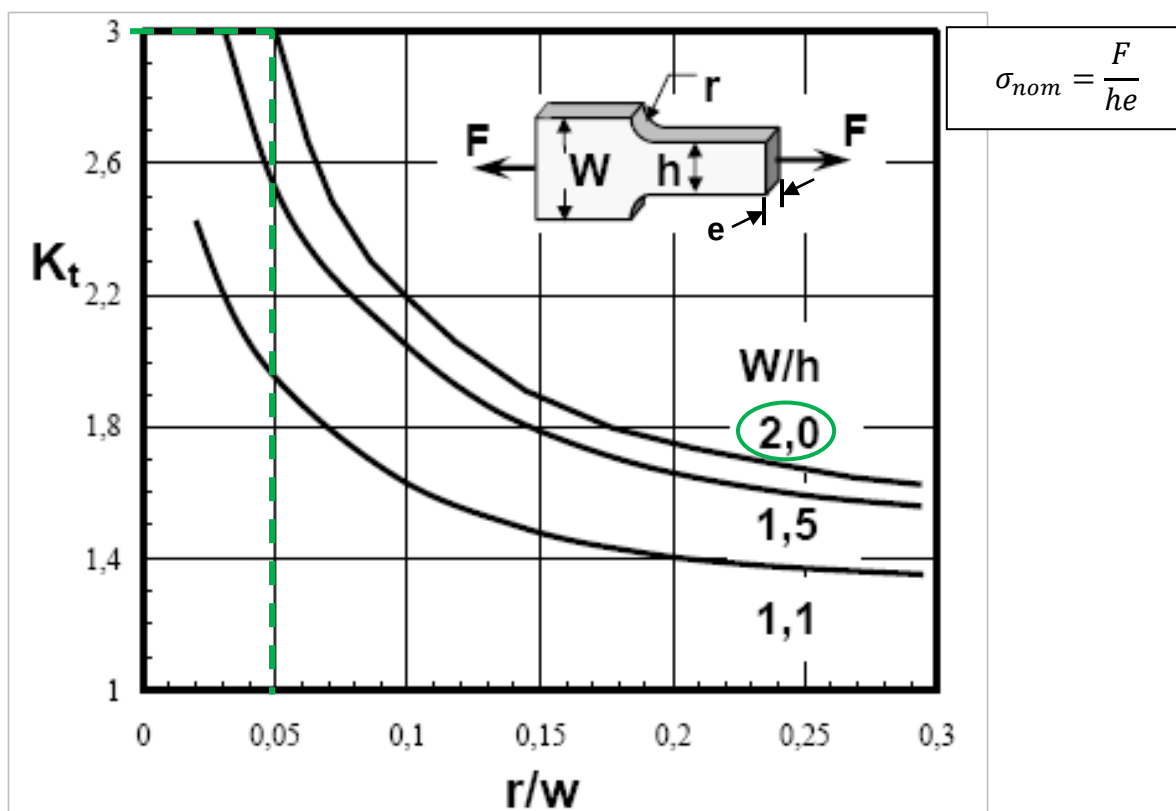


Figure 5 : Graphique de concentration de contraintes pour une plaque avec épaulement soumise à une traction ou une compression axiale.

Indiquez à quel endroit (**A**, **B**, **C**, **D**, ou **G**) se produira le début de déformation plastique. *Justifiez votre réponse.* (4 points)

**Calculs ou justifications :**

La déformation plastique se produira à l'endroit où la contrainte locale est la plus élevée lorsque la pièce est soumise à une force de traction axiale  $F$  (exprimée en  $N$ ).

En inspectant la pièce, on constate qu'on a deux endroits où on a des concentrations de contrainte : A et C.

En A, la contrainte nominale est :  $(\sigma_A)_{nom} = \frac{F}{([30-10] \times 10^{-3} m)(5 \times 10^{-3} m)} = \frac{F \times 10^4}{m^2}$  et le facteur de concentration de contrainte  $(K_t)_A \cong 2,27$  car  $\frac{d}{w} = \frac{10 mm}{30 mm} = 0,3$  (voir la ligne en tirets rouges sur la figure 4 de la page précédente).

En C, la contrainte nominale est :  $(\sigma_C)_{nom} = \frac{F}{(15 \times 10^{-3} m)(5 \times 10^{-3} m)} = \frac{F}{75 \times 10^{-6} m^2} = \frac{4F \times 10^4}{3 m^2}$  et le facteur de concentration de contrainte  $(K_t)_C \cong 3$  car  $\frac{r}{w} = \frac{1,5 mm}{30 mm} = 0,05$  et  $\frac{W}{h} = \frac{30 mm}{15 mm} = 2$  (voir la ligne en tirets verts sur la figure 5 de la page précédente).

Le produit de la contrainte nominale et du facteur de concentration de contrainte donne la mesure de la contrainte locale (et maximale). On a alors :

$$(\sigma_A)_{loc} = (K_t)_A (\sigma_A)_{nom} = (2,27) \left( \frac{F \times 10^4}{m^2} \right)$$

$$(\sigma_C)_{loc} = (K_t)_C (\sigma_C)_{nom} = (3) \left( \frac{4F \times 10^4}{3 m^2} \right) = 4 \left( \frac{F \times 10^4}{m^2} \right)$$

Donc,  $(\sigma_C)_{loc} > (\sigma_A)_{loc}$ . La déformation plastique se produira en premier en C.

début de déformation plastique en : **C**

## Formulaire général

$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \text{ en traction simple}$$

$$K = \alpha \sigma_{nom} \sqrt{\pi a}$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\varepsilon_x}{\nu} = -\frac{\varepsilon_y}{\nu} \text{ en traction simple}$$

$$f_S C_S + f_L C_L = C_0$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$R_{e0,2} = \sigma_0 + k d^{-1/2}$$

$$R_{th} = \sqrt{\frac{2E\gamma_S}{a_0}}$$

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^n$$

$$R_{th} \cong \frac{E}{10}$$

$$m = \frac{A i_{corr} t}{nF}$$

$$\mathbf{r} = u\mathbf{a} + v\mathbf{b} + w\mathbf{c}$$

$$\Delta = \frac{(m_a)_{ox} \rho_M}{(m_a)_M \rho_{ox}}$$

$$1 = \frac{hx}{n\mathbf{a}} + \frac{ky}{n\mathbf{b}} + \frac{lz}{n\mathbf{c}}$$

$$E = E_0(1 - 1,9P + 0,9P^2)$$

$$\sigma_y = \sigma_{nom} \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}} \right)$$

$$R_m = (R_m)_0 e^{-nP}$$

$$\tau = \frac{F}{S_0} \cos\theta \cdot \cos\chi$$

$$\Delta\theta^* = R_1 = \frac{R_m f(\nu)}{E\alpha}$$

$$\tau_{th} = \frac{G}{2\pi} \frac{b}{a}$$

$$R_4 = \frac{E\gamma_S}{R_m^2 f(\nu)} = \gamma_S R_3$$

$$a_c = \frac{2E\gamma_S}{\pi\sigma_{nom}^2}$$

$$V_{\text{sphère}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$